
A **Topografia** (do grego: lugar+descrição) ocupa-se da representação minuciosa do terreno, em grandes extensões da superfície terrestre com apoio no quadro de referência proporcionado pelas coordenadas cartográficas dos vértices da rede geodésica e com a utilização de aparelhos para medição de ângulos (goniómetros) e de distâncias.

Escala

A escala de uma carta corresponde à relação constante entre as dimensões de formas representadas na carta e as das suas homólogas no terreno. É utilizada para reduzir as dimensões naturais do terreno com o fim de permitir a sua representação. Sendo **d** a distância medida na carta entre dois pontos (**distância gráfica**), o produto desta pelo denominador da escala (**m**) traduz a distância horizontal entre esses dois pontos (**D'**, ou **distância natural**). O denominador da escala é normalmente um múltiplo de 10. $Escala = d/D' = 1/(D'/d) = 1/m$.

Escalas Convencionais

Escalas decimais ($1/10^n$): 1/10; 1/100; 1/1.000; 1/10.000; 1/100.000; 1/1.000.000; etc.

Escalas duplas ($2/10^n$): 1/5; 1/50; 1/500; 1/5.000; 1/50.000; 1/500.000.000; etc.

Escalas sub-duplas ($1/2 \cdot 10^n$): 1/20; 1/200; 1/2.000; 1/20.000; 1/200.000; 1/2.000.000; etc.

Escalas quádruplas ($4/10^n$): 1/2,5; 1/25; 1/250; 1/2.500; 1/25.000; 1/250.000; etc.

A escolha da escala de um levantamento topográfico é ditada pela sua utilização. Para a elaboração de plantas topográficas para a construção de grandes obras (pontes, barragens) devem ser utilizadas escalas entre 1/500 e 1/200, as quais permitem o cálculo de volumes de escavação e aterro com razoável rigor. Para o estudo e projecto de vias de comunicação devem ser utilizadas escalas entre 1/5.000 e 1/500. Nos levantamentos topográficos urbanos (estudos de urbanização de redes de distribuição de águas, redes de esgotos, redes telefónicas, redes de transporte de energia eléctrica) devem ser usadas escalas entre 1/2.000 e 1/1.000. Os levantamentos de cadastro rústico e urbano devem ser realizados a escalas entre 1/10.000 e 1/2.000. Em resumo, enquanto a elaboração dos planos gerais de grandes obras pode ser realizada à escala 1/25.000, para os estudos de pormenor podem tornar-se necessários levantamentos a escalas superiores a 1/500.

Alguns exemplos de escalas de cartas conhecidas:

- as cartas hipsométrica e geológica de Portugal encontram-se, respectivamente, à escala 1/200.000 e 1/500.000;

- a carta militar (dos Serviços Cartográficos do Exército), encontra-se à escala 1/25.000.

Nas cartas com escala pequena (denominador maior ou igual a 25.000), para comodidade do trabalho utiliza-se uma escala gráfica, constituída por um segmento de recta dividido em partes iguais, cada uma correspondente a uma certa distância medida no terreno.

Revisões sobre unidades de medida angulares

Graduação sexagésimal: a circunferência encontra-se subdividida em 360 partes iguais, graus ($^\circ$), distribuídos em quatro quadrantes de 90° . Cada grau considera-se dividido em 60 minutos ($'$) e cada minuto encontra-se dividido em 60 segundos ($''$), ou seja um grau equivale a 3600".

Exemplo da apresentação: $28^\circ 26' 32''$, 4.

Graduação centesimal: a circunferência encontra-se subdividida em 400 partes iguais, grados (g), distribuídos em quatro quadrantes de 100^g . Cada grado compreende 10 minutos (m) e cada minuto compreende 100 segundos (s).

Exemplo da apresentação: $41^g 22^m 18^s,2$ ou, na forma centesimal: $41^g,22182$.

Frequentemente é necessário proceder à **transformação de graduações** para poder relacionar trabalhos realizados com diferentes instrumentos. Para este efeito utiliza-se a seguinte proporção:

$$\frac{100^g}{90^\circ} = \frac{x^g}{y^\circ}$$

Por exemplo, se quisermos transformar a medida centesimal anterior ($41^g,22182$) em graduação sexagesimal, bastará multiplicar por $9/10$, obtendo-se: $37^\circ,09964$. A fracção $0,09964$ obtida poderá expressar-se em minutos multiplicando por 60 , resultando $5',9784$. A fracção $0,9784$ poderá ser transformada em segundos multiplicando-a por 60 , resultando $58'',704$. A apresentação final em graus será: $37^\circ 05' 58'',704$.

De forma recíproca, se quisermos transformar a medida sexagesimal de $28^\circ 26' 32'',4$ em graduação centesimal, bastará multiplicar por $10/9$ depois de ter transformado a medida numa fracção de graus. Assim, começar por passar minutos a segundos, somar os segundos que já existiam e dividir por 3600 . Os $26'$ correspondem a $26 \cdot 60 = 1560''$, ao somar $32'',4$ obtém-se $1592'',4$. A divisão deste valor por 3600 resulta em $0^\circ,44233$, pelo que a medida expressa em graus será: $28^\circ,44233$. Multiplicando este valor por $10/9$ obtém-se o valor final na forma centesimal: $28,44233 \cdot 10/9 = 31^g,60259$.

Outra forma de graduação de ângulos é o radiano ("rad", do **sistema circular**), podendo operar transformações deste para as graduações sexagésimal ou centesimal, respectivamente através das seguintes expressões: $2\pi \text{ rad} = 360^\circ$ e $2\pi \text{ rad} = 400^g$.

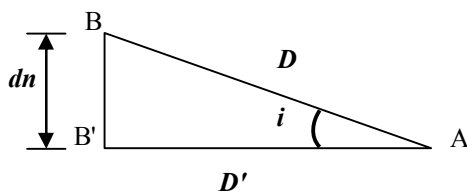
Distâncias e declives

Distância horizontal entre dois pontos (D')- produto da distância medida na carta pelo denominador da escala, ou distância entre as verticais que contém os dois pontos, ou distância entre as projecções dos pontos ($D' = d \cdot m$). As distâncias medidas na carta são projecções horizontais também conhecidas como distâncias reduzidas.

Ex. A distância entre dois pontos na carta (d) é de 820mm ; sabendo que no terreno esses pontos estão distanciados 615m (D'), qual a escala da carta? $\text{Escala} = d/D' = 1/(615.000/820) = 1/750$.

Deve notar-se que, se numa representação cartográfica à escala $1/n$ (ex. $1/25000$), dois pontos se encontram à distância x (ex. 10cm), isso significa que as projecções cartográficas dos mesmos pontos à escala $1/1$ se encontram à distância $X = x \cdot n$ (ex. $X = 25.000 \cdot 10 = 250.000\text{cm} = 2,5\text{km}$) e não que a distância real (à superfície do terreno) entre os pontos no terreno seja X (esta deverá ser, em regra, superior).

Distância real ou natural entre dois pontos (D)- também designada percurso ou trajecto, é a hipotenusa de um triângulo rectângulo, formado pelos catetos D' (distância na horizontal) e dn (diferença de nível entre os pontos), a qual se obtém pela raiz quadrada da soma dos quadrados dos catetos. Esta distância também pode obter-se a partir do quociente de D' pelo *coseno de i* , ou do quociente de dn pelo *seno de i* . Quando a região é muito acidentada, para conhecer a distância entre os dois pontos torna-se necessário traçar um perfil do terreno e medir a distância segundo este.



A **inclinação** do terreno é a inclinação da recta de maior declive que passa pelos dois pontos (aquela de entre todas as rectas do plano, que faz o maior ângulo com o plano horizontal), ou seja, o ângulo que essa recta faz com o plano horizontal. A **inclinação média** é o ângulo da recta que contém os pontos com a horizontal (i). O **declive** do terreno corresponde ao quociente da diferença entre as cotas dos pontos pela distância entre as suas projecções. O valor encontrado deve ser multiplicado por **100** uma vez que o declive é habitualmente expresso em percentagem. O **declive médio** é a tangente trigonométrica do

ângulo i (ângulo que a recta D faz com o plano horizontal), ou seja o cateto oposto (dn) sobre o cateto adjacente (D'). Declive de 100% corresponde à inclinação de 50° ou 45°, onde a $tg=1$.

$$\text{Declive (\%)} = tg(i) * 100 = (dn/D') * 100$$

Processos de medição de distâncias na carta:

-A medição de troços rectos pode ser feita com uma régua graduada; a medição dos troços curvos exige decompor o troço curvo em elementos parciais, o mais rectilíneo possível, definindo uma poligonal, medir isoladamente cada um deles e efectuar a soma das medidas parciais. Quanto maior for o número de lados estabelecidos maior é a precisão da medição.

-Outro processo consiste em ajustar um fio metálico ao troço a medir e, depois de rectificado, deve ser comparado com uma régua graduada.

Há também aparelhos para realizar estas medições sendo o **curvímetro** o mais utilizado actualmente por ser de fácil aplicação e por dar directamente valores reais em várias escalas; tem uma roda dentada, de perímetro determinado, que percorre o itinerário a medir; esta roda, através de rodas dentadas, transmite movimento a um ponteiro que se desloca em frente de um mostrador graduado com valores reais (em função do perímetro da roda, do tipo de transmissão e das escalas a que se destina). Se o curvímetro é digital, introduz-se previamente a escala da carta, sendo apresentado no visor a distância horizontal medida.

Medição de áreas na carta

A área representada na carta é a da projecção horizontal da superfície do terreno (também conhecida como superfície agrária). A partir da medição da área gráfica (na carta) pode obter-se a área real correspondente multiplicando a primeira pelo quadrado do denominador da escala da carta.

$$\text{Área real} = \text{área gráfica} * m^2$$

A escala também traduz, portanto, uma relação de áreas e não apenas de comprimentos. Por exemplo, se pretender determinar uma área na escala 1/10.000 de um terreno cuja área real é de 5ha, então a área na carta será $= 50.000m^2 / 10.000^2 = 0,0005m^2 = 5cm^2$.

Processos de medição de áreas em cartas (dependendo da forma da superfície a medir, da precisão necessária e dos aparelhos disponíveis):

1) Processos mecânicos de medição:

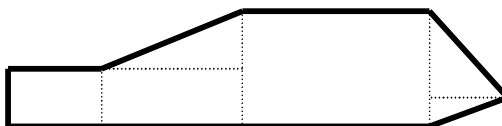
-**método da pesagem**: gravar e recortar numa folha de alumínio ou de cartolina de espessura constante, a superfície em escala a avaliar; pesá-la com precisão e comparar o seu peso com o peso de uma área conhecida (padrão) do mesmo material. A relação de pesos permite determinar o valor da área a determinar. O rigor desta medição depende do rigor da pesagem.

-**método do planímetro (integrador)**: é o método mais simples e prático, pelo que é o mais utilizado; os planímetros podem ser mecânicos ou digitais; nestes últimos o valor da escala da carta é introduzido previamente, pelo que a área obtida é a área real; nos mecânicos, obtém-se a área gráfica, a qual é convertida em área real com o conhecimento da escala.

2) Processos geométricos de medição:

a) Áreas limitadas por contornos poligonais fechados

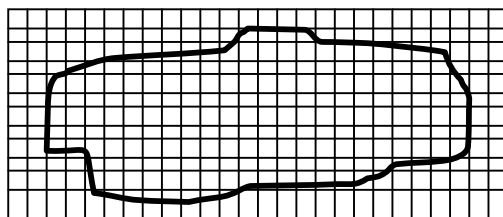
-**método da decomposição em figuras elementares de área conhecida**, obtendo-se o valor total fazendo o somatório das áreas parciais (por exemplo, divisão em triângulos, medindo-se a área através da aplicação da expressão: altura * base/2);



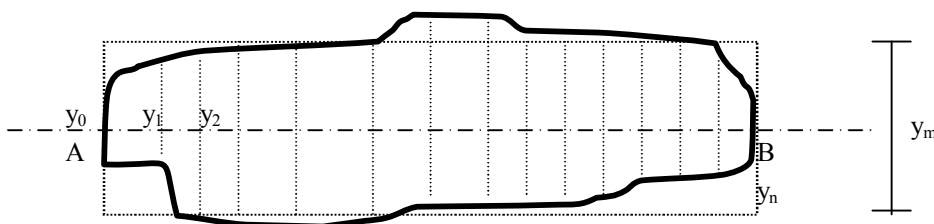
-**método das áreas equivalentes**, passa pela determinação de uma figura de área conhecida (normalmente um triângulo) e equivalente à da figura dada;

b) Áreas limitadas por contornos curvos

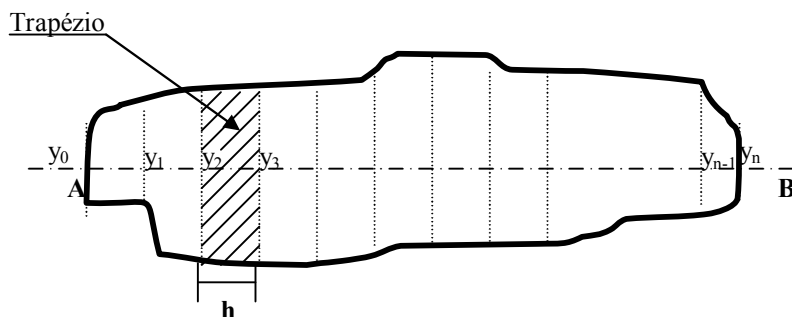
-**método da quadricula**: sobrepor sobre a figura da área a medir, papel transparente onde está traçada uma quadricula de dimensões conhecidas; contar o número de quadrados inscritos na figura e fazer o somatório das áreas; o valor final dá-nos a área gráfica. Pode ser adoptado tanto para figuras com contornos curvos como poligonais. $A = n_1 \cdot a + (n_2 \cdot a)/2$, onde (a) é a área da quadricula, n_1 é o número de quadrados completos e n_2 é o número de quadrados incompletos.



-**método da média das alturas**: na figura seguinte, traçar um eixo AB e uma série de perpendiculares a este (as ordenadas não necessitam de ser equidistantes umas das outras e quanto maior for o seu número e mais bem escolhida a sua localização, maior será a precisão); se determinar o comprimento dessas ordenadas ($y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$) e achar a sua média ($y_m = (y_0 + y_1 + y_2 + \dots + y_n)/(n+1)$), pode substituir a figura por um rectângulo de lados AB e y_m , cuja área gráfica é $A = AB \cdot y_m$. A área natural será igual à área gráfica vezes o quadrado do denominador da escala.



-**método dos trapézios**: depois de traçar o eixo AB e as normais a este eixo (perpendiculares) equidistantes (figura seguinte), pode admitir com razoável aproximação, que cada uma das figuras elementares em que ficou dividida a área que quer medir são trapézios de altura h e bases y_0, y_1, \dots, y_n e que as figuras dos extremos se podem considerar como triângulos de altura h (substituindo-se a linha curva por uma linha poligonal, ou seja o contorno curvilíneo que une as extremidades de duas ordenadas consecutivas é substituído por um segmento recto que une essas mesmas extremidades).



A área parcial (de um trapézio) é dada por $a_i = h_i \cdot ((y_i + y_{i+1})/2)$ e a área total será dada por:
 $A = \sum h_i \cdot ((y_i + y_{i+1})/2)$ com i a variar desde 1 a n ; se o segmento AB for dividido em n partes iguais, $h = AB/n$, pelo que a área total é dada pelo somatório das áreas parciais:
 $A = h \cdot \sum ((y_i + y_{i+1})/2) = h \cdot ((y_0 + y_n)/2 + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1})$ (com i a variar de 1 até n).

Percebe-se desta expressão que no caso da superfície ser limitada por uma curva fechada, a sua área pode ser obtida pelo produto da equidistância h pelo somatório das ordenadas ou, como se viu no método anterior, pelo produto de h pelo somatório das medianas.

Se a área a calcular for limitada pelas ordenadas y_0 e y_n (rectas paralelas aos extremos), a área é o produto de h pelo somatório de todas as ordenadas intermédias mais o produto de h pela semi-soma das ordenadas extremas: $A = h * ((y_0 + y_n)/2) + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1}$.

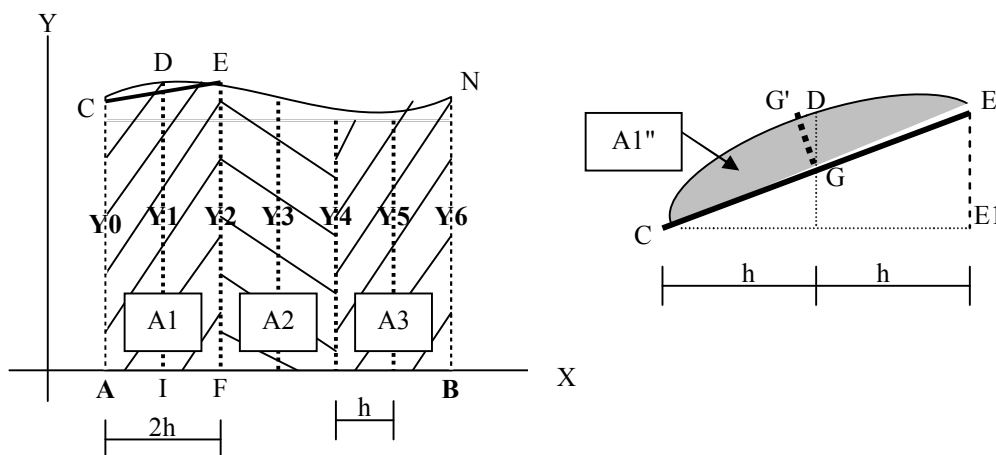
-método de Simpson ou das Parábolas: consiste em dividir o segmento AB num número par de partes iguais (n), todas de comprimento (h); substitui-se a linha curva entre cada grupo de 3 pontos consecutivos por um arco de parábola que contenha esses 3 pontos; a linha curva é substituída por uma sucessão de arcos de parábola; veja-se a curva da figura seguinte, referida a um sistema de eixos (X e Y) e procure determinar a área limitada por essa curva, pelo eixo dos XX e duas ordenadas extremas paralelas ao eixo dos YY . Se dividir o intervalo AB num número par de partes iguais, a área total da figura (A) será igual ao somatório das áreas parciais (A_1, A_2, \dots).

A_1 pode ser considerada como a área de um segmento de parábola, pelo que: $A_1 = h/3 (y_0 + 4y_1 + y_2)$

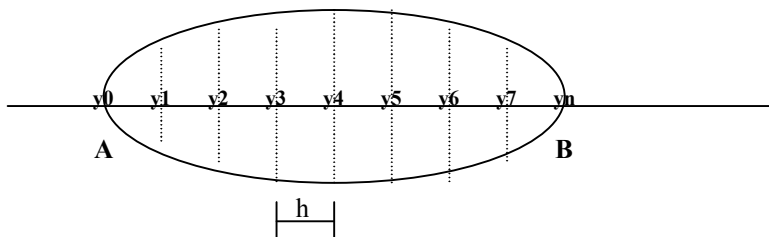
Raciocínio igual deverá ser feito para A_2, A_3, \dots

A área total será dada por: $A = h/3 (y_0 + y_n + 2*(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2}) + 4*(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}))$

Esta expressão é conhecida como a fórmula de Simpson, em que $2n$ é o número de intervalos (ordem par), h a equidistância entre as ordenadas e y o valor das ordenadas (sempre ímpar).



Se a curva que limita a área que pretende medir for fechada (figura seguinte), então $y_0 = y_n = 0$ e a expressão de Simpson será: $A = h/3 (2*(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2}) + 4*(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}))$.

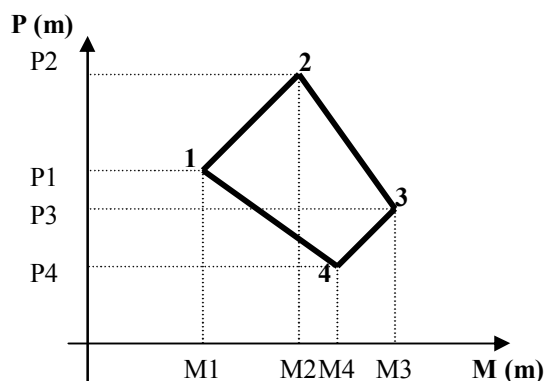


3) Processos analíticos de medição:

Utiliza-se quando a área a medir tem contorno poligonal e se conhecem as coordenadas rectangulares ou polares dos seus vértices:

-coordenadas cartesianas dos vértices: o conhecimento das coordenadas (do contorno poligonal que limita a figura) permite o cálculo rigoroso da área, através do método analítico ou método de Gauss.

Veja-se o exemplo da figura seguinte, sendo $(M_1, P_1), \dots, (M_n, P_n)$ as coordenadas cartográficas dos n vértices da linha poligonal que delimita a área a medir, numerados no sentido horário:



Considere as áreas parciais A, B, C e D, correspondentes, respectivamente, aos trapézios (1-2-M2-M1), (2-3-M3-M2), (1-4-M4-M1) e (4-3-M3-M4). Estas áreas parciais são obtidas das seguintes expressões:

$$A = \frac{P_1 + P_2}{2} * (M_2 - M_1)$$

$$B = \frac{P_2 + P_3}{2} * (M_3 - M_2)$$

$$C = \frac{P_1 + P_4}{2} * (M_4 - M_1)$$

$$D = \frac{P_3 + P_4}{2} * (M_3 - M_4)$$

Obtém-se a área do polígono pela soma e diferença da área dos trapézios. A área que se pretende será $A = (A+B) - (C+D)$, substituindo valores obtém-se a expressão geral seguinte:

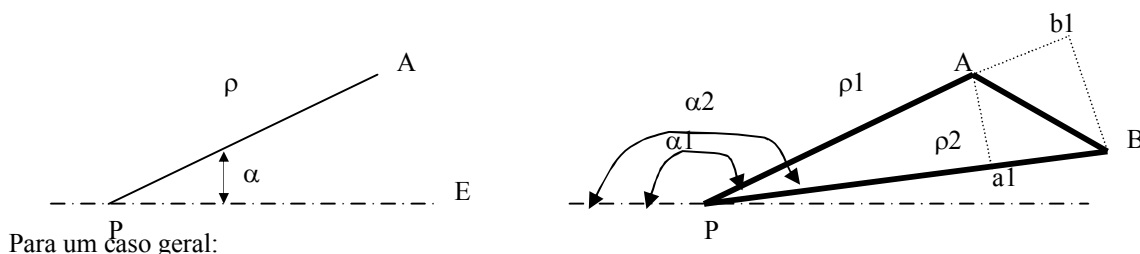
$A = 1/2 * \sum M_i * (P_{i-1} - P_{i+1})$, ou $A = 1/2 * \sum (M_{i+1} - M_i) * (P_{i+1} + P_i)$, onde i varia desde 1 até n e corresponde ao número de vértices do polígono.

Coordenadas	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4
M (m)	M1	M2	M3	M4
P (m)	P1	P2	P3	P4

$$A = 1/2 * ((M_2 - M_1) * (P_2 + P_1) + (M_3 - M_2) * (P_3 + P_2) + (M_4 - M_3) * (P_4 + P_3) + (M_1 - M_4) * (P_1 + P_4))$$

-coordenadas polares dos vértices: a origem das coordenadas (ponto P) designa-se por Polo; o eixo de referência (PE) designa-se por eixo polar; o segmento $PA = (\rho)$ é o raio polar; α é o ângulo azimutal; se pretender determinar a área de um triângulo PAB ,

$$A_{PAB} = (1/2) * AP * Bb1 = (1/2) * \rho_1 * \rho_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_1)$$

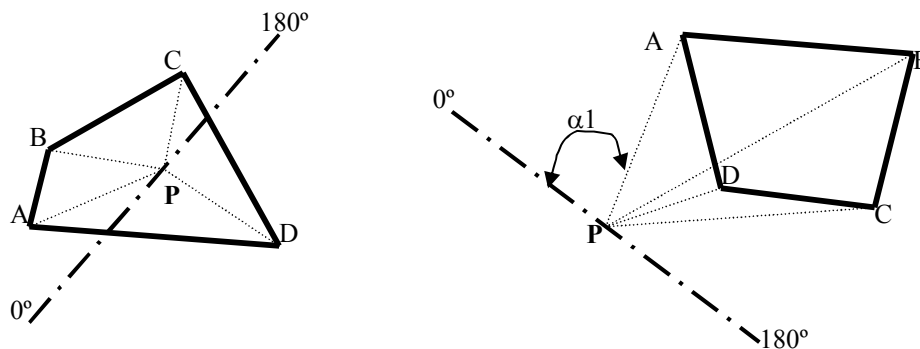


Para um caso geral:

A mesma expressão aplica-se para o caso do polo no exterior da figura, uma vez que os ângulos $(\alpha_1 - \alpha_4)$ e $(\alpha_4 - \alpha_3)$ são negativos, tal como os seus senos, pelo que as suas áreas se subtraem e anulam o excesso das áreas dos triângulos positivos $((\alpha_2 - \alpha_1)$ e $(\alpha_3 - \alpha_2))$. Portanto, no caso do polo no exterior é necessário ter em consideração o sinal do seno dos diferentes ângulos.

($\alpha_1 = \text{ângulo } 0^\circ PA$; $\alpha_2 = 0^\circ BP$; $\alpha_3 = 0^\circ CP$; $\alpha_4 = 0^\circ DP$)

$$A = 1/2 * \sum \rho_i * \rho_{i+1} * \sin(\alpha_{i+1} - \alpha_i)$$



Representação do terreno

Na representação do terreno inclui-se a planimetria (pormenores naturais ou artificiais situados à superfície do terreno) e a altimetria (relevo). A representação da altimetria é vulgarmente feita através de pontos de nível (vulgarmente designados por pontos cotados, cuja altitude é conhecida) e curvas de nível.

Pontos de nível

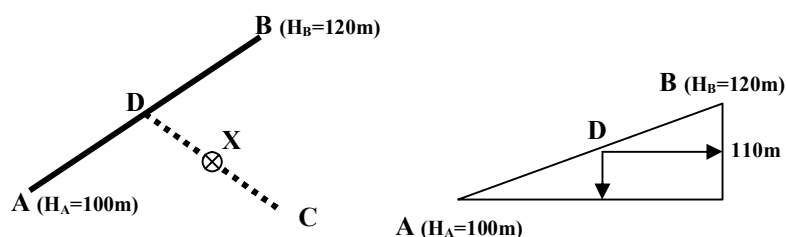
O relevo é representado por um conjunto de projecções de pontos do terreno sobre uma superfície de referência, os quais são acompanhados de um número, a **cota**, ou seja, a distância desses pontos, medida na vertical, àquela superfície (figura seguinte). Este sistema utiliza-se normalmente para completar o traçado das curvas de nível e não como sistema único de representação pois seriam necessários tantos pontos para descrever o relevo que tornariam a carta ilegível.

74.1	72.9	68.0	74.1	70.9
73.8	73.7	74.1	74.1	
			74.1	75.2
71.3	71.2	75.2	74.2	73.6
72.7		74.1	72.5	74.1
	74.1	67.4		71.2
74.1		74.5	74.1	70.3
		72.8	72.1	
		74.1		

Os pontos são escolhidos de forma a definirem perfeitamente o relevo, isto é, são os **pontos notáveis** do terreno, tais que, entre cada dois deles mais próximos, se pode considerar a inclinação do terreno constante, dentro da precisão exigida na representação.

Questões relacionadas com pontos de nível:

- Dados dois pontos de nível, determinar a cota de um terceiro ponto (D na figura seguinte) existente sobre a recta que passa pelos dois primeiros (A e B na figura seguinte):* basta rebater o plano projectante da recta sobre o plano horizontal que contem o ponto de cota mais baixa e resolver, analítica ou graficamente, um problema de triângulos semelhantes; o terceiro ponto pertence ao terreno uma vez que se considera o declive constante entre os dois pontos dados.
- Determinar a cota de um ponto qualquer do terreno:* definir um plano do triângulo formado por 3 pontos cotados, ABC, aplicar a resolução apresentada em a) para calcular a cota de D sobre a recta AB e do ponto X sobre a recta CD.

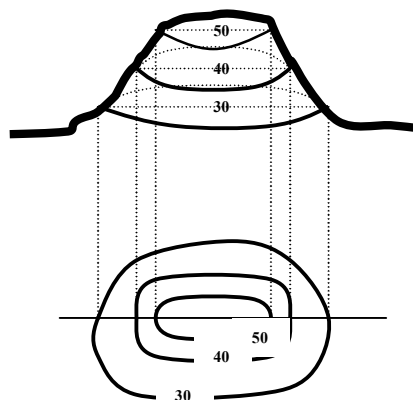


Curvas de nível

As curvas de nível são os lugares geométricos dos pontos do terreno que têm a mesma cota. Supõe-se o terreno cortado por planos horizontais (superfícies de nível) equidistantes e projectam-se as intersecções (curvas de nível) sobre a superfície de referência.

A distância constante entre os planos horizontais é a **equidistância natural (E)**, desnível entre curvas de nível sucessivas ou distância vertical entre dois planos secantes consecutivos, planos de nível). A **equidistância gráfica (e)** é o valor da equidistância natural reduzida à escala da carta: $e=E/m$.

A equidistância deve variar conforme a escala da carta, o acidentado do terreno e o objectivo do levantamento. No caso de terreno muito acidentado, deve aumentar-se o valor da equidistância, caso contrário as curvas de nível apresentam-se muito próximas, o que dificulta a interpretação do relevo. Na carta militar adoptou-se a equidistância de 10m.



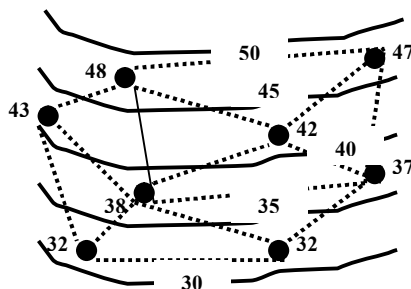
Regras para o traçado das curvas de nível

- 1-A primeira curva de nível de referência é sempre a de cota zero (embora não seja desenhada). Por ex. se a equidistância E for 10m, as curvas de nível serão as de cota 0-10-20...
- 2-Uma curva de nível ao atravessar uma linha de água sofre uma inflexão, voltando a convexidade para montante da linha da água.
- 3-Uma curva de nível nunca corta uma linha de água em mais de um ponto, caso contrário a linha de água teria a mesma cota em mais do que um ponto do percurso.
- 4-Duas curvas de nível em regra não se cortam. Há casos especiais de perfis do terreno em que as curvas chegam a tocar-se ou a intersectar-se, podendo nestes casos substituir as curvas de nível por um sinal convencional de escarpado.
- 5-Uma curva de nível nunca se interrompe dentro dos limites do desenho, a não ser quando encontra um sinal convencional que se possa tornar confuso com a sobreposição do desenho.
- 6-Podem usar-se curvas de nível intermédias (marcadas a tracejado e que correspondem a uma equidistância gráfica igual a metade da equidistância da carta), quando houver necessidade de em certos sítios pormenorizar qualquer acidente do terreno ou detalhar uma variação de declive.
- 7- Para facilitar a leitura das cartas é costume, de 5 em 5 curvas de nível reforçar uma a "bold" (curvas mestras), sendo interrompidas para que nesse espaço seja marcada a cota respectiva.
- 8- Sempre que o declive entre duas curvas de nível seja superior a um, as curvas devem ser substituídas pelo símbolo de terreno escarpado.

Questões relacionadas com curvas de nível:

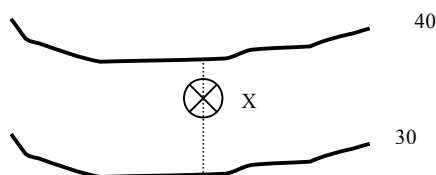
- a) *Transformar a representação do relevo por pontos cotados em curvas de nível* (ver figura seguinte): é um processo de triangulação seguido de interpolação linear; unem-se os pontos cotados entre si, criando uma rede de triângulos, e depois de graduar os segmentos de recta assim obtidos, fazem-se passar as curvas de nível pelos pontos de igual cota; não é necessário grande rigor nesta operação já que ela já se baseia numa hipótese, a de se considerar o declive constante entre os pontos cotados;

pode ser feita a graduação à vista ou utilizando o diapasão, constituído por uma série de rectas paralelas ou concorrentes, traçadas sobre um papel transparente e numeradas com as cotas das curvas de nível.



Se entre 2 pontos cotados existir uma linha de água, não se pode fazer directamente a interpolação entre esses 2 pontos, visto entre eles o declive não ser constante.

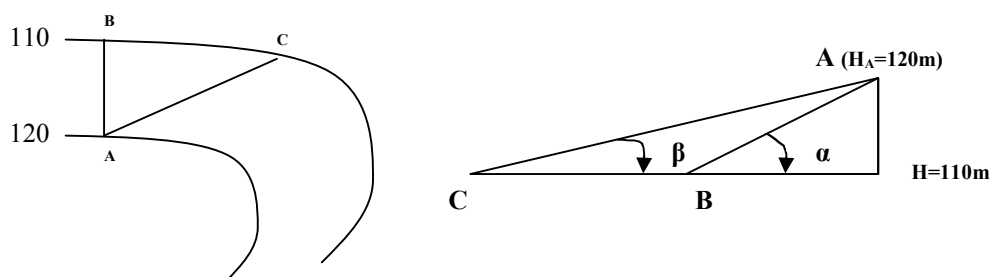
- b) *Determinar a cota de um ponto qualquer do terreno situado entre curvas de nível* (figura seguinte): traça-se uma recta passando pelo ponto X e sensivelmente normal às curvas de nível entre as quais se encontra o ponto; como o declive do terreno se considera constante segundo aquela recta, o problema resolve-se como no caso dos pontos cotados, através de interpolação linear.



- c) *Determinar o maior declive do terreno na zona de um ponto*: traça-se uma recta que, passando pelo ponto, seja sensivelmente normal às duas curvas de nível; o declive dessa recta é o declive procurado.

Linha de maior declive é a linha normal (perpendicular) às curvas de nível, ou seja, é a linha em que cada um dos seus pontos faz o maior ângulo com o plano horizontal. O declive é tanto maior quanto menor é a distância entre as curvas de nível na carta. A adopção de uma equidistância gráfica constante resulta que ao mesmo declive corresponde sempre a mesma distância entre as curvas de nível, qualquer que seja a escala da carta. Pormenores relevantes podem ser apresentados entre curvas de nível através de pontos cotados ou de curvas de nível intermédias (a tracejado). Nas cartas hipsométricas a representação do relevo faz-se por coloração entre curvas de nível, de modo que os tons mais carregados correspondem às cotas mais elevadas.

- d) *Determinar o declive entre curvas de nível*: o declive (*dec*) entre duas curvas de nível é dado pelo quociente da equidistância gráfica (*e*) pela distância horizontal medida (Ex. na figura a distância horizontal AB é menor que AC, pelo que o declive é maior no primeiro caso). Daqui resulta que: desde que a equidistância gráfica seja a mesma, o declive depende apenas do afastamento entre as curvas de nível e é independente da escala da carta.

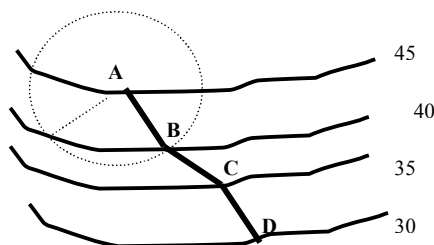


Exemplo 1: Se a figura anterior estiver à escala 1:20.000, considerando as distâncias gráficas AB=12mm e AC=25mm, pode confirmar-se que o declive AB é de cerca de 4,2% enquanto o declive AC é de 2%.

Exemplo 2: Numa carta desenhada à escala $1:20.000$ com uma equidistância natural de $10m$, traçar entre dois pontos situados sobre curvas de nível sucessivas, uma linha com o declive constante e conhecido $dec.=4\%$. Na expressão que dá o declive $dec.=e/x$, onde x é o valor que se procura e que corresponde à distância a que se devem cortar as sucessivas curvas de nível para que o declive seja 4% : como $e=0,5mm$ ($=E/m=10/20.000$), logo $x=0,5/0,04=12,5mm$.

Exemplo 3: Pretende-se assinalar numa carta uma zona de terreno de declive entre 18 e 25% . A carta tem escala $1:4.000$ e " e "= $0,8mm$, logo $c1= "e"/declive=0,8/0,18=2,8mm$ até $c2=0,8/0,25=3,2mm$; a zona de terreno que se pretende pode ser assinalada no terreno onde as curvas de nível consecutivas estejam distanciadas entre $3,2$ e $4,4mm$.

- e) *Traçar uma linha com um determinado declive entre curvas de nível*: se for **dec** o declive dado e **e** a equidistância gráfica das curvas de nível, será $\lambda=e/dec$ a projecção horizontal do segmento de recta, com aquele declive, entre duas curvas de nível. Com centro no ponto A da curva de nível traça-se um arco de círculo de raio λ que corta a curva contígua em B; com centro em B procede-se do mesmo modo e assim sucessivamente. A linha que une os pontos A, B, C,... é a linha procurada. Este problema poderá ter duas, uma ou nenhuma solução, conforme o declive dado é menor, igual ou maior do que o maior declive na zona considerada.



- f) *Traçar o perfil do terreno segundo uma linha qualquer*: a linha pode ser recta, poligonal ou curva; utilizam-se os pontos de intersecção da linha com as curvas de nível e outros intermédios, de que se determinam as cotas, a fim de se definir perfeitamente o perfil.
- g) *Intersecção de um plano com o terreno*: traça-se e gradua-se a linha de maior declive do plano e faz-se a intersecção das horizontais do plano com as curvas de nível de igual cota, definindo-se assim a linha procurada.
- h) *Efectuar a intersecção de uma superfície qualquer com o terreno*: traçar as linhas de nível da superfície e efectuar a sua intersecção com as curvas de nível de igual cota.

É, por vezes, indicada a representação do terreno pelas suas linhas de maior declive, *normais*, traçadas entre as curvas de nível. É, no entanto, um método muito pouco habitual. As normais são colocadas de modo a que não fiquem no prolongamento umas das outras e obedeçam à *lei do quarto*, ou seja, tenham entre si um afastamento igual a $1/4$ do seu comprimento. Ficarão tanto mais próximas quanto maior for o declive. Feito o traçado, apagam-se as curvas de nível.

Formas características do terreno

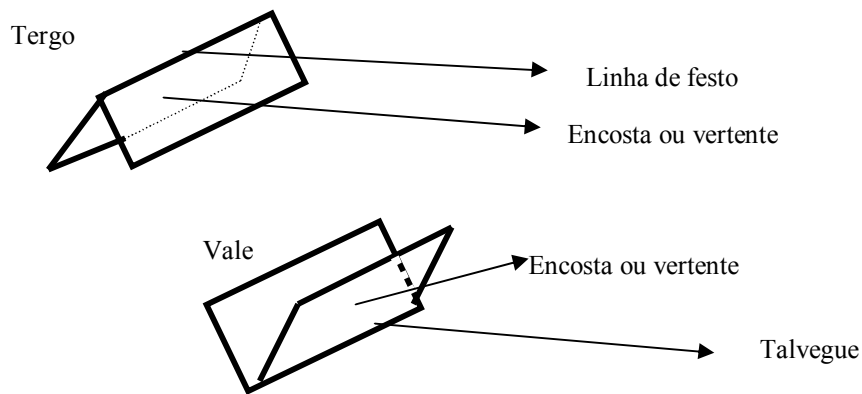
As duas formas de relevo mais simples, **o tergo e o vale**, são formadas por duas superfícies cuja intersecção se faz de modo tal que a concavidade fica voltada, respectivamente, para baixo ou para cima. O tergo, dorso ou crista assemelha-se à lombada de um livro aberto, com duas faces (encostas, flancos ou margens) convexas. O vale é a inversão do tergo (ver figura seguinte).

O sentido do crescimento das cotas das curvas de nível permite distinguir os tergos dos vales: nos primeiros o crescimento das cotas faz-se de fora para dentro (as curvas de menor cota envolvem as de maior cota), nos vales o crescimento das cotas faz-se de dentro para fora (as curvas de maior cota envolvem as de menor cota e a sua convexidade fica voltada para montante do curso de água que as atravessa).

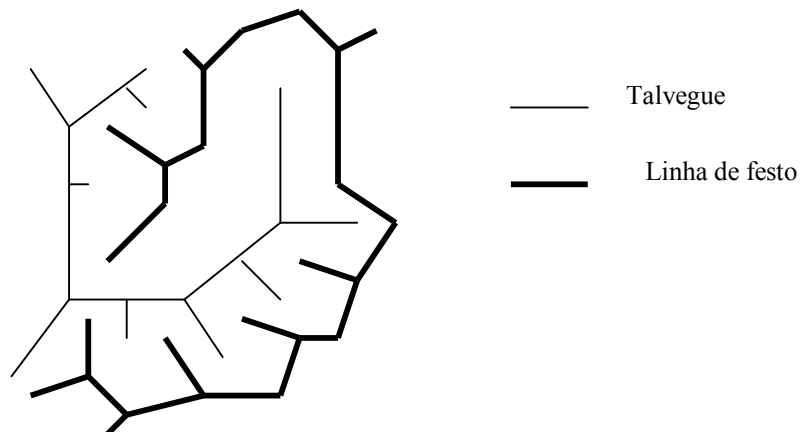
As linhas de intersecção de dois semi-planos designam-se por **linha de festo** (arestas dos tergos, também designadas linhas de cumeeiras, de displúvio ou linhas de separação de águas) e **talvegue** (arestas dos vales, também conhecida como linhas de complúvio, de córrego ou de reunião de águas).

Uma linha de festo está sempre ligada a outra linha de festo e existe sempre uma linha de festo entre dois talvegues. Qualquer talvegue comunica com outro talvegue e o conjunto de talvegues duma mesma bacia forma uma árvore cujo tronco é o curso de água principal.

Em todo o vale pode correr água: se corre acidentalmente, em consequência de fortes chuvadas, estamos perante uma linha de água; se corre permanentemente estamos perante cursos de água.



São estes dois tipos de linhas características do terreno que, através das suas posições relativas, permitem formar uma ideia da superfície do terreno, constituindo linhas de quebra de relevo, onde o declive muda de sentido. A superfície poliédrica delimitada por estas linhas (figura seguinte) constitui uma espécie de caricatura do terreno, realçando as características essenciais.



Todas as formas do terreno resultam da combinação das formas simples atrás apresentadas (tergos e vales). Por exemplo:

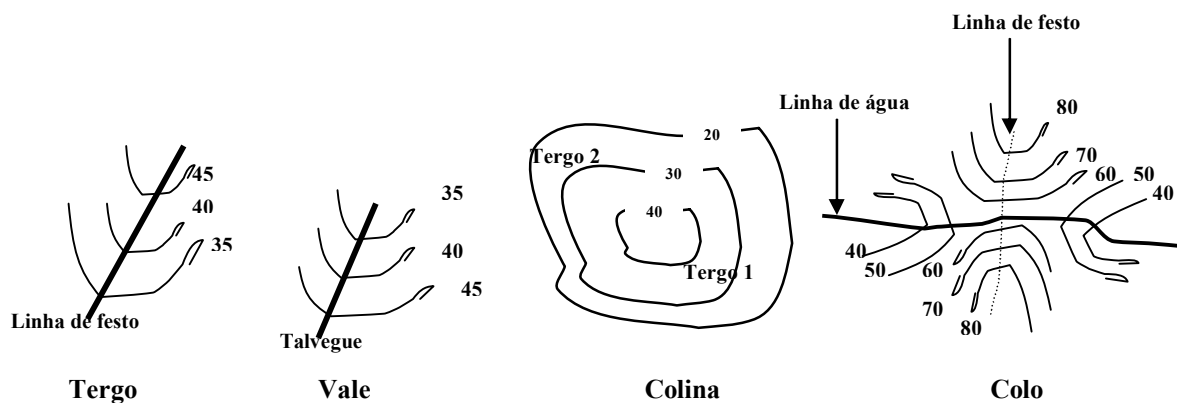
Elevação- As curvas de nível de menor cota envolvem as de maior cota; resulta da associação de 2 ou mais tergos. Nas elevações podem distinguir-se as seguintes zonas: base ou sopé (parte inferior); encosta, falda ou aba (parte média); cume (parte superior); as elevações podem tomar designações específicas: colinas, morros, cabeços, mamelões ou outeiros (quando têm forma acidentada e altitude inferior a 300m); montes (isolados e de altitude até 500m); montanhas (de grande volume e altura superior a 500m).

Depressão- As curvas de nível de maior cota envolvem as de menor cota; resulta da associação de 2 ou mais vales. Estas podem ter designações específicas (covados, crateras, funis, lagos, lagoas,...), consoante a sua forma e profundidade.

Colo (portela, garganta, quebrada ou desfiladeiro)- Resulta da combinação alternada de 2 tergos e 2 vales e corresponde à zona de abaixamento numa linha de cumeada.

Esporão- Representa a parte terminal de uma linha de festo que em vez de descer até ao talvegue, segundo um tergo de declive mais ou menos constante, ergue-se dando origem a esta forma muito característica, que é uma elevação de importância secundária.

Na figura seguinte representam-se através de curvas de nível algumas das formas descritas.

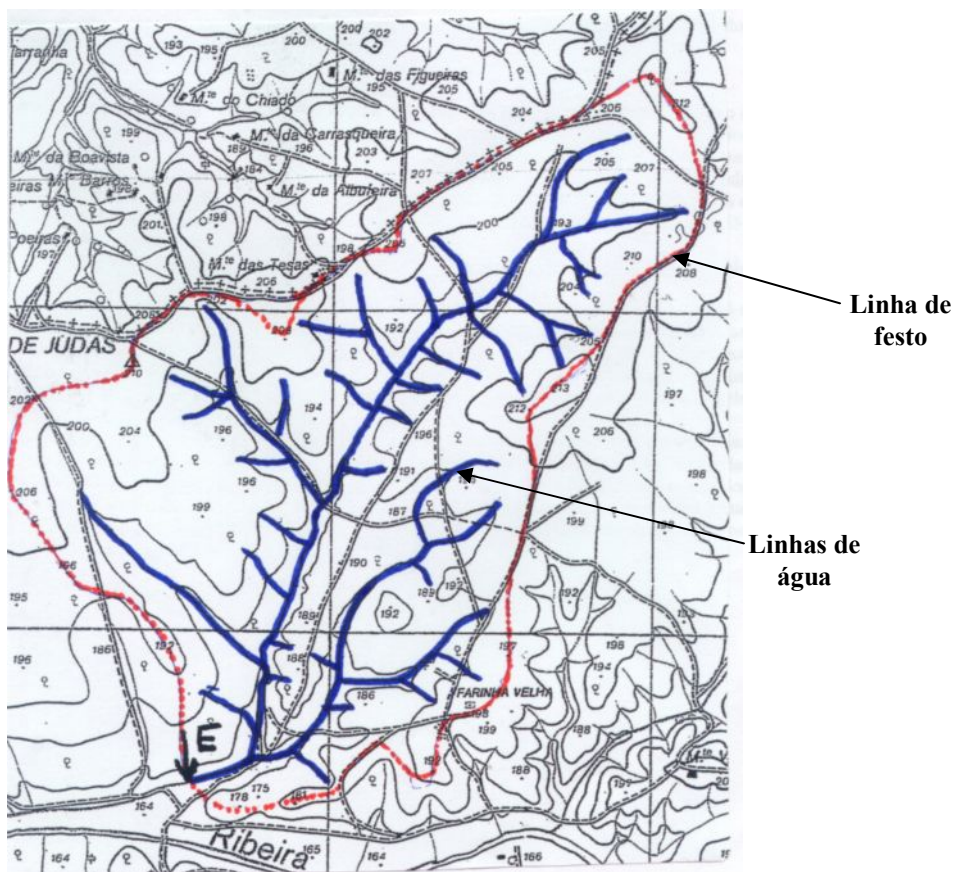


Linhas de mudança de declive - linhas que unem os pontos onde o declive do terreno muda bruscamente; essa linha é acusada nas cartas pela variação da distância que sofrem as curvas de nível entre si. Uma dessas linhas designa-se **crista militar** uma vez que permite a um observador examinar todo o terreno que lhe fica abaixo, sem que haja espaços mortos. É escolhida na carta como a curva de cota mais alta entre as curvas de nível que tenham afastamento mínimo entre si, a partir da qual o afastamento entre curvas começa a aumentar quando o terreno sobe. **Crista topográfica** é a linha que une os pontos de cota mais alta de uma elevação.

Bacias hidrográficas

A morfologia do terreno respeita um conjunto de regras conhecidas por leis de Brisson, por exemplo: -as linhas de fecho de uma região encontram-se ligadas numa rede com a forma de uma árvore sem tronco, que enquadra as bacias hidrográficas formadas pelas redes de talvegues. Os talvegues desembocam em outros talvegues, criando redes em forma de árvore cujo tronco é o curso de água principal de uma bacia hidrográfica; -o declive de um curso de água diminui da nascente para a foz;- quando uma linha de água se divide em ramos, formando ilhas irregulares, é possível concluir que o vale é largo e o talvegue pouco inclinado. Quando existe um único percurso rectilíneo e estreito, o vale é apertado e o talvegue inclinado.

A bacia hidrográfica corresponde à área a montante que contribui com escoamento para um determinado ponto (secção) de uma linha de água. Para limitar a bacia hidrográfica de um curso de água, relativamente a uma determinada secção desse curso, traça-se a partir desta, em ambas as margens, a linha de separação das águas ou linha de fecho, que, iniciando-se nessa secção envolve todas as linhas de água afluentes a montante da secção e retorna, pela outra margem, ao ponto inicial. A forma mais simples de delimitar esta zona na carta consiste em realçar (por exemplo a azul) a linha de água a partir do ponto em causa (exemplo, E na figura seguinte), para montante, incluindo todas as ramificações; depois, envolver esta área com uma linha, linha de fecho ou de separação de águas, procurando a inflexão das curvas de nível.



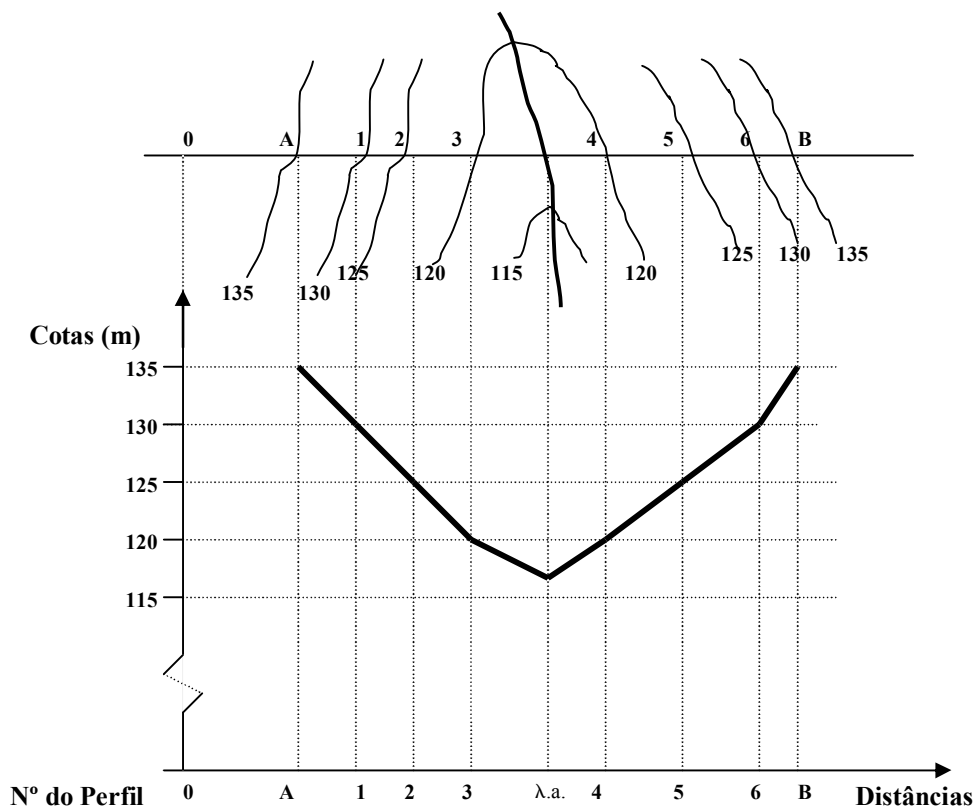
Perfis

Traçar o perfil do terreno segundo uma linha qualquer dada sobre um plano cotado

Perfil do terreno segundo uma determinada direcção é a intersecção da superfície do terreno com um plano vertical que passe por essa direcção ou de uma superfície cilíndrica cuja directriz é a linha dada e as geratrizes são rectas verticais. Para efectuar o traçado do perfil (figura seguinte) planifica-se a superfície cilíndrica, determinando-se:

-as cotas dos vários pontos notáveis do terreno localizados sobre a directriz (intersecção da directriz com as curvas de nível, com as linhas de água e de festo e com outros pormenores planimétricos considerados necessários);

-as distâncias entre um ponto de origem, escolhido sobre a directriz, e os pontos notáveis do terreno escolhidos.



Na figura anterior encontra-se a representação de um perfil vertical do terreno segundo a recta AB, a partir de uma planta topográfica. A planificação do perfil é representada num sistema de eixos ortogonais, encontrando-se representadas em abcissas as distâncias e em ordenadas as cotas.

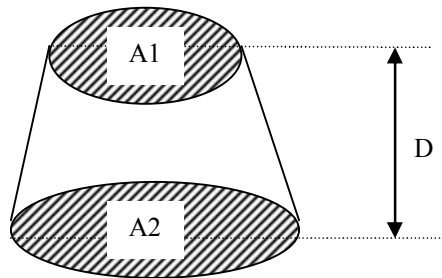
Perfil natural- nesta representação as escalas horizontal (das distâncias) e vertical (das cotas) são iguais.

Perfil sobrelevado n vezes (sendo n a razão entre a escala vertical (ordenadas) e a escala horizontal (abcissas)): corresponde à ampliação do perfil natural para fazer realçar o relevo do terreno; aumenta-se a distância correspondente às diferenças de nível (4, 8, 10, 20 x ou mais). Também pode acontecer o contrário e os perfis dizem-se rebaixados. Por exemplo, para passar à sobrelevação de um factor 10 das ordenadas deve fazer-se corresponder a cada cm das abcissas, 10 cm das ordenadas.

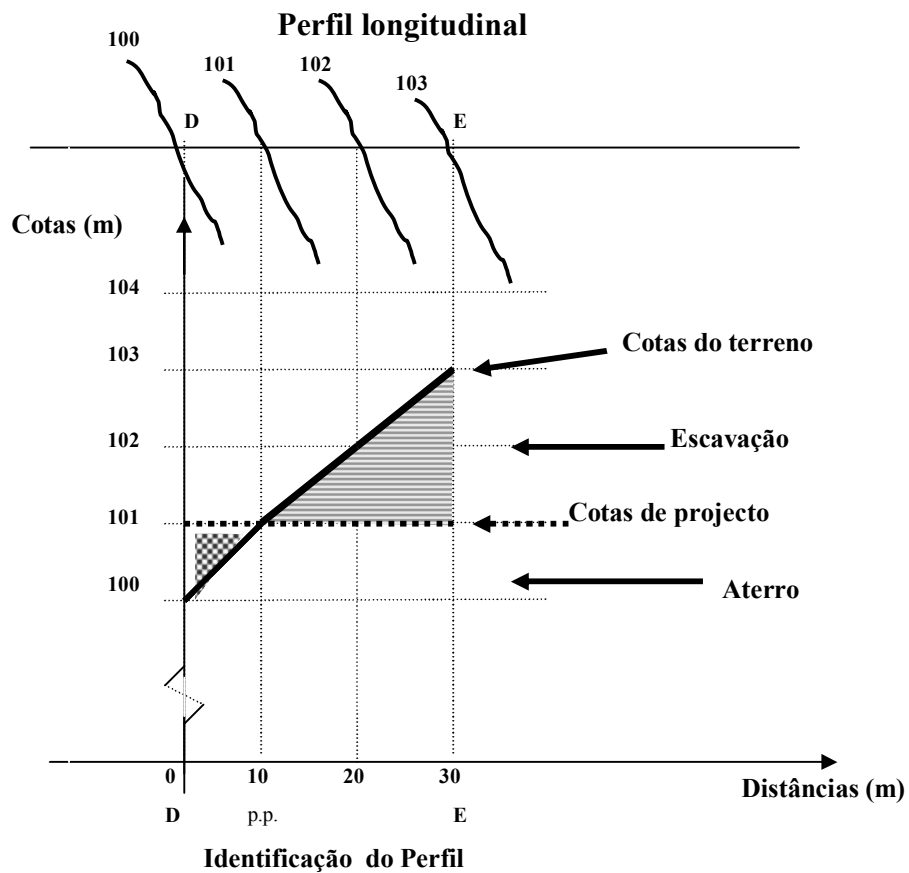
Cálculo de volumes

Medição de volumes na carta

O volume compreendido entre duas superfícies planas, paralelas, de áreas $A1$ e $A2$, e cuja distância entre si é igual a D , é dado por: $V = (A1 + A2) * D * 1/2$.



Para concretizar o cálculo dos volumes de terra movimentados admita como exemplo a representação seguinte de um perfil vertical do terreno. Pretende-se instalar uma plataforma horizontal, com 30m de comprimento e 5m de largura, segundo a recta DE.

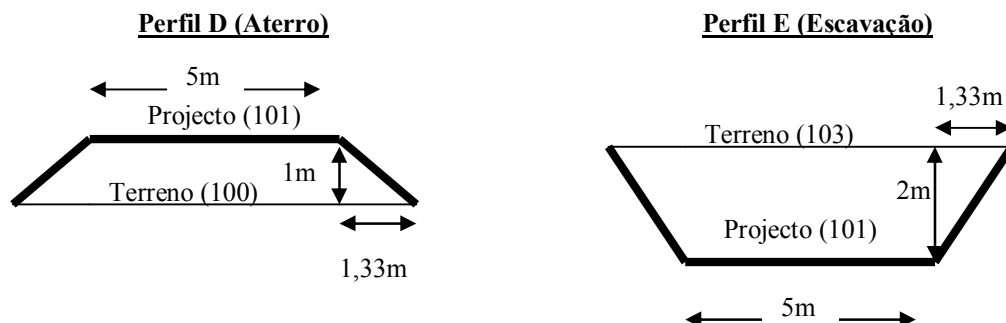


Identificação do perfil	D	pp	E
Cota de projecto (m)	101	101	101
Cota do terreno (m)	100	101	103
Distâncias acumuladas (m)	0	10	30
Distâncias parciais (m)	0	10	20

Onde "pp" representa o perfil de passagem, neste caso, de aterro para escavação.

Admita agora que os taludes de aterro (em D) têm declives de 75% e os de escavação (em E) de 150%.

Perfis transversais

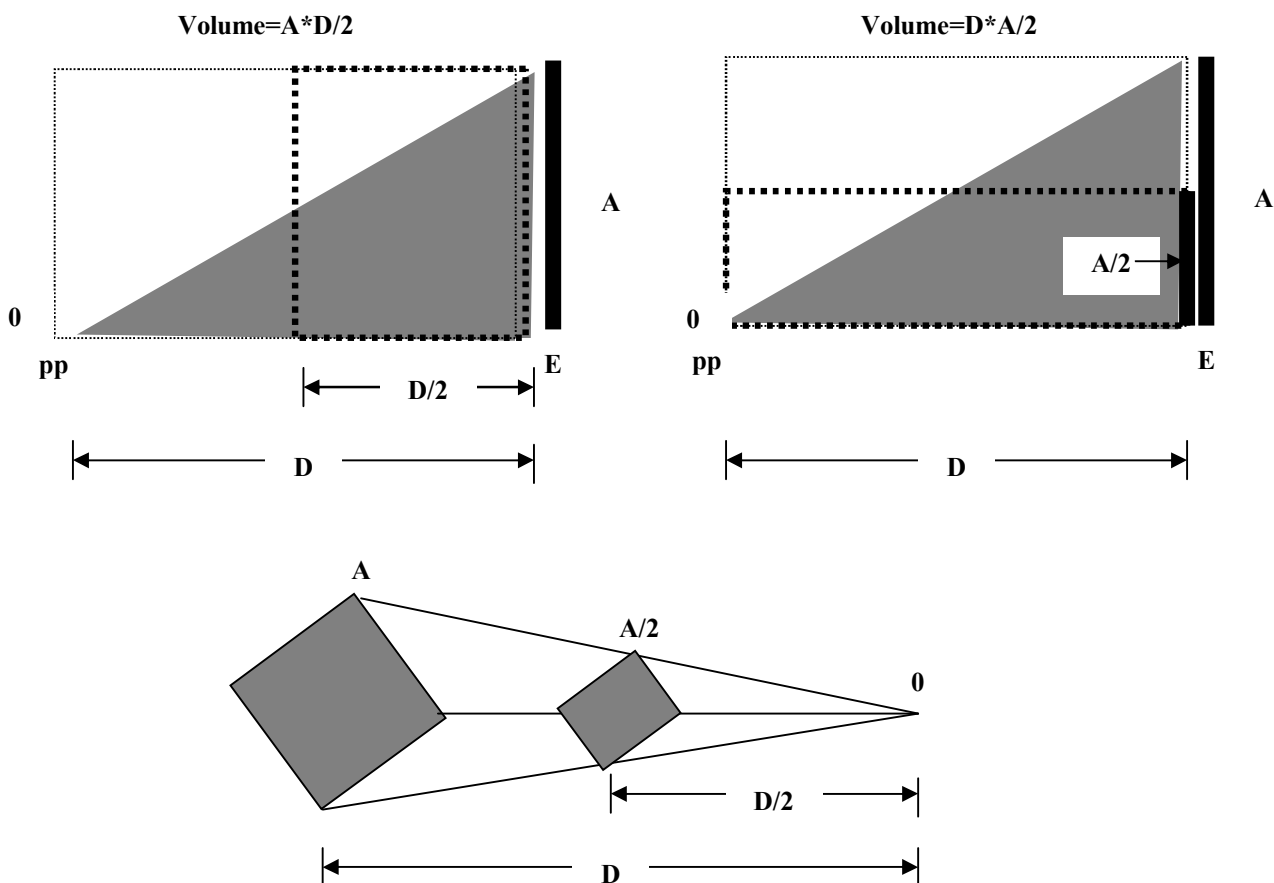


Área do perfil de **aterro (D)** = área do rectângulo + duas vezes a área do triângulo do talude = $5 \cdot 1 + 2 \cdot ((1/2) \cdot 1,33 \cdot 1)$ = área do trapézio = $1 \cdot ((5 + 7,66) / 2) = 6,33 \text{ m}^2$;

Área do perfil de **escavação (E)** = área do rectângulo + duas vezes a área do triângulo do talude = $5 \cdot 2 + 2 \cdot ((1/2) \cdot 1,33 \cdot 2)$ = área do trapézio = $2 \cdot ((5 + 7,66) / 2) = 12,67 \text{ m}^2$;

O cálculo do volume de terras movimentado leva-o a um volume médio, aproximado, uma vez que os perfis não são mais do que amostras, fatias de terreno, considerando o declive constante entre perfis. Este volume de terra movimentado pode ser calculado através das áreas médias ou a partir das distâncias médias.

Exemplo: Volume de Escavação (do perfil de passagem ao perfil E)
Método das distâncias médias **Método das áreas médias**



Cálculo do volume de terra movimentado pelo **método das distâncias médias**:

Nº dos perfis	Distância entre perfis (m)	Distâncias médias (m)	Escavações		Aterros	
			Áreas (m ²)	Volumes (m ³)	Áreas (m ²)	Volumes (m ³)
D	10,0	10,0/2=5,0	-	-	6,33	6,33*5,0=31,65
p.p.		(10,0+20,0)/2=15,00	0	0	0	0
E	20,0	20,0/2=10,0	12,66	12,66*10=126,6	-	-
Somas	30,0	30,0	12,66	126,6	6,33	31,65

Nota importante: A distância entre os perfis é normalmente indicada; todavia, a distância entre qualquer perfil e o perfil de passagem (pp) não deve ser inferida do perfil longitudinal; para o cálculo destas distâncias aplica-se uma regra de 3 simples (interpolação linear) com base na dimensão das áreas dos perfis em causa (Área do perfil D e Área do perfil E) e da distância entre estes (no caso 30m): a distância entre D e pp está para a Área D m², assim como 30m (distância de D a E) está para a Área D + Área E, em m², logo a distância de D a pp= Área D*30/(Área D+ Área E) em metros; a distância de pp a E em metros =30-a distância de D a pp. No caso, a distância de D a pp = 6,33*30/(6,33+12,66)=10m, pelo que a distância de pp a E=30-10=20m;

Cálculo do volume de terra movimentado pelo **método das áreas médias**:

Nº dos perfis	Distância entre perfis (m)	Áreas (m ²)	Áreas médias (m ²)	Escavações	Aterros
				Volumes (m ³)	Volumes (m ³)
D	10,0	6,33	(6,33+0)/2=3,165	-	3,165*10,0=31,65
p.p.		0		0	0
E	20,0	12,66	(12,66+0)/2=6,33	6,33*20=126,6	-
Somas	30,0	18,99	9,495	126,6	31,65

Bibliografia:

Silva, José Júlio C. (2001)- *Topografia*. Serviço de Reprografia e Publicações da Universidade de Évora.

Xerez, A. C. (1978)-*Topografia Geral*. Técnica, Associação de Estudantes do I. S. T., Lisboa, Terceira Edição, Volume I.