

Ficha Técnica

Projecto Faraday

Projecto de intervenção no ensino da Física no secundário.

Financiamento

Fundação Calouste Gulbenkian.

Execução

Departamento de Física, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

Escolas Participantes

- ES Filipa de Vilhena
- ES Fontes Pereira de Melo
- ES Garcia de Orta
- ES da Maia
- ES de Santa Maria da Feira

Coordenação

- J. M. B. Lopes dos Santos
- Manuel Joaquim Marques

Portal

URL: <http://www.fc.up.pt/faraday>

Texto do 10º Ano

Redactor Principal

J. M. B. Lopes dos Santos

Colaboração e revisão

- Elisa Arieiro
- Carlos M. Carvalho
- Manuel Joaquim Marques

Actividades

Autores

- Carlos M. Carvalho
- Elisa Arieiro
- J. M. B. Lopes dos Santos
- Manuel Joaquim Marques
- Nuno Alexandre Vaz
- Nuno Nunes

Colaboração

- Joaquim Agostinho Moreira

Prefácio

Caro aluno(a):

Ao preparar estes materiais, fomos guiados por um objectivo modesto: mudar a tua visão do mundo.

Não a maneira como te relacionas com outras pessoas, ou as tuas convicções religiosas, sociais ou políticas, ou sequer a tua postura pessoal.

Não é disso que trata a Física. Trata, sim, do funcionamento do mundo que te rodeia, daquilo que vês, ouves e sentes, dos objectos e instrumentos que utilizas, e, sobretudo, de muito que está por trás, e explica, o mundo que experimentamos. É que este mundo físico é muito diferente do que parece à primeira vista.

O que queremos com este projecto é que experimentes um pouco dos métodos e atitudes que nos permitiram compreender e perceber uma variedade imensa de fenómenos, em termos de um conjunto muito reduzido de princípios e leis.

Compreender e perceber, não decorar e executar tarefas sem sentido para ti. Esperamos que, com estes materiais e com as aulas que os teus professores prepararam, te encontres, muitas vezes, perplexo, a pensar sobre o que observaste e mediste. Porque, ao fim e ao cabo, esse é o trabalho mais importante e mais eficiente que podes fazer nesta disciplina.

Os autores

Parte I

ENERGIA E MOVIMENTO

Conteúdo

Ficha Técnica	i
Prefácio	iii
I ENERGIA E MOVIMENTO	1
1 Energia	11
1.1 A ciência e o dia-a dia	11
1.2 Consumo de Energia	13
1.2.1 Consumos em Portugal e no Mundo	14
1.2.2 A energia gasta-se?	15
1.3 Conservação de Energia	17
1.3.1 A descoberta do neutrino	17
1.4 Consumo ou conservação?	20
1.5 Actividades, problemas e exercícios	21
2 Trabalho e energia	23
2.1 Transferências de energia	23
2.1.1 Noção de Sistema1	24
2.2 Trabalho	24
2.3 Energia potencial	26
2.3.1 Energia potencial gravítica	26
2.3.2 Energia potencial e trabalho de forças inter- nas.	29
2.3.3 Unidades	31

2.3.4	Máquinas simples	32
2.4	Energia cinética	32
2.4.1	Expressão da energia cinética	33
2.4.2	O teorema trabalho-energia cinética	35
2.5	Forças dissipativas	36
2.5.1	Resistência do ar	36
2.5.2	Forças dissipativas	37
2.6	Estudo de um caso: <i>Bungee Jumping</i>	38
2.6.1	O que é um <i>modelo</i> ?	38
2.6.2	Força elástica	39
2.6.3	Energia num salto de bungee.	40
2.7	Quando o trabalho é nulo.	43
2.7.1	Força sem deslocamento	43
2.7.2	Forças perpendiculares ao deslocamento	44
2.8	Forças e deslocamentos não colineares	46
2.8.1	Trabalho e energia num “escorrega”	46
2.8.2	Trabalho de forças não colineares com deslocamento	49
2.9	Actividades, questões e problemas	50
2.9.1	Actividades	50
2.9.2	Problemas	51
2.9.3	Desafios	56
3	Colisões	59
3.1	Colisões em Física	59
3.1.1	O que é uma colisão?	60
3.2	Conservação de energia em colisões	62
3.2.1	Movimento da molécula de O_2	64
3.2.1.1	Centro de massa	64
3.2.2	Energia cinética de translação e centro de massa	66
3.2.3	O modelo de partícula material	66

<i>CONTEÚDO</i>	5
3.2.4 Coeficiente de restituição	67
3.2.4.1 Colisão com um objecto fixo . . .	69
3.3 Actividades, questões e problemas	70
3.3.1 Actividades	70
3.3.2 Problemas e questões	71

Lista de Figuras

1.1	Sala de geradores da Central da Barragem de Hoover, no Colorado [4].	13
1.2	Esquema de um aproveitamento hidroeléctrico (adaptado de [4]).	14
1.3	Um espectro de decaimento β do ^{210}Bi (à data conhecido por Rádio E). A energia do electrão emitido pode variar entre 0 e um valor máximo (1.05 MeV). Tirado de um dos artigos clássicos, C.D Ellis e W. A Wooster, Proc. R. Soc. (London) A117 109 (1927).	18
1.4	Wolfgang Pauli (1900–1958), à esquerda, físico austríaco que sugeriu a existência do neutrino. Enrico Fermi (1901–1954), à direita, físico italiano, desenvolveu a ideia de Pauli e deu o nome definitivo ao neutrino.	20
1.5	Como o neutrino quase não interage com nada, para o detectar usam-se tanques subterrâneos gigantesco, cheios de água. A figura mostra o enchimento de um dos maiores, o Super-Kamiokande no Japão. É visível um pequeno bote com duas pessoas do lado direito (Foto do ICRR, Institute for Cosmic Ray Research, The University of Tokyo).	21
1.6	Esquema possível de alguns dos níveis de energia de um núcleo, antes e depois de um decaimento β	22
2.1	Testando a conservação de energia.	24
2.2	Arqueiro retesando um arco.	25
2.3	Aterragem do Vaivém com pára-quedas de travagem.	25
2.4	Elevar o corpo de peso P requer energia.	26

2.5	interacções mútuas entre A e B não podem alterar a energia total do sistema S	29
2.6	Se o sistema é constituído pelo corpo e pela Terra, o peso é uma força interna (a tracejado), que não pode alterar a energia do sistema. Uma força externa \vec{F} (a cheio), aplicada ao corpo, pode alterar a energia do sistema corpo-Terra.	30
2.7	A força \vec{F} necessária para equilibrar o corpo é apenas metade do seu peso.	32
2.8	À altura z parte da energia potencial inicial é agora energia cinética.	33
2.9	Um corpo que se desloca num fluido fica sujeito a uma força de sentido oposto ao seu deslocamento. .	36
2.10	Força elástica.	39
2.11	Um salto <i>bungee</i> . O saltador está inicialmente a uma altura h do solo; o comprimento em repouso dos elásticos é l . Quando a distância z ao solo é inferior a $h_1 = h - l$, os elásticos estão distendidos.	40
2.12	Quando seguramos um peso, sem o mover, não fazemos <i>trabalho</i> ?	43
2.13	Os trabalhos realizados entre A e B e entre B e C são iguais. Serão diferentes de zero?	44
2.14	O trabalho da reacção normal da mesa e do peso serão diferentes de zero?	45
2.15	Num escorrega as forças sobre o utilizador são a reacção normal da superfície e o peso do cliente. Os escorregas são desenhados para reduzir o atrito, a componente da força da superfície paralela a esta.	46
2.16	Decomposição de uma força segundo direcções perpendiculares.	47
2.17	A força de contacto que a superfície exerce sobre o corpo tem uma componente normal, \vec{N} , e uma componente paralela à superfície de contacto, \vec{F}_a , a força de atrito.	48
2.18	No caso (a) o trabalho da força é positivo (o carrinho recebe energia), no caso (b) negativo (cede energia). Em qualquer dos casos é dado por $F\Delta r \cos \theta$ em que F e Δr são os módulos da força e do deslocamento, respectivamente.	49

2.19	O arqueiro puxa a seta de uma distância x	54
2.20	Salto de esqui.	55
3.1	Fotografia aérea do CERN, junto ao lago Genebra. Estão marcados na foto alguns dos anéis aceleradores deste laboratório. O maior ocupa um túnel de 27 km de perímetro [2].	59
3.2	Exemplo de um evento registado no CERN. As trajectórias das partículas são reconstruídas por computadores a partir de sinais electrónicos nos detectores[2].	60
3.3	Os magnetos impedem os carros de se aproximarem demasiado.	62
3.4	(a) Numa translação, os dois átomos de oxigénio têm o mesmo deslocamento e a mesma velocidade; (b) num movimento mais geral têm velocidades diferentes.	64
3.5	A molécula de O_2 , após a colisão, tem movimentos de rotação e de vibração, sobrepostos ao de translação.	65

Capítulo 1

Energia

1.1 A ciência e o dia-a-dia

Alguma vez nos interrogámos porque é que Ciência, e a Física em particular, tem tantos conceitos e ideias estranhas e difíceis de compreender? Por que é que, mesmo quando usa palavras comuns, como força, energia, ou trabalho, elas parecem significar uma coisa muito diferente do que significam no dia-a-dia?

O mundo apresenta-se-nos com uma riqueza e variedade de fenómenos esmagadoras. A Física, descobriu ao longo dos últimos 300 anos—Galileu e Newton são considerados os seus fundadores—que é possível uma compreensão unificada desses fenómenos, em termos de um conjunto reduzido de leis. Essa compreensão está manifesta na capacidade que a Humanidade adquiriu de intervir na Natureza e a modificar profundamente, quer para seu proveito e benefício quer para seu prejuízo.

Mas houve um preço a pagar por essa compreensão. As referidas leis dizem respeito a entidades e objectos tão pequenos, a acontecimentos tão rápidos, que não são acessíveis à nossa percepção imediata. Por isso, os extraordinários fenómenos desencadeados por um gesto tão simples como ligar um interruptor, por exemplo, (ver a caixa 1.1 da página 12) passam totalmente fora da nossa consciência.

As ideias e conceitos da Física vão, pois, muito para além da nossa experiência quotidiana; temos que estar preparados para surpresas. Não é possível compreender a Física apenas a partir de ideias e conceitos da nossa experiência de todos os dias. Mas, como veremos, *só é possível compreender e fazer sentido da nossa experiência a partir das ideias e conceitos da Física.*

■ X acendeu a luz ■

X acordou num quarto em plena escuridão. Seguiu a sua rotina diária desencadeando, sem o saber, uma sequência de acontecimentos extraordinários.

O seu primeiro acto foi o de acender a luz do candeeiro de cabeceira. Ao fechar o interruptor dois fios de cobre tocaram-se. Imediatamente o movimento desordenado de um número incontável de electrões se modificou (incontável para qualquer um não apenas para o sonolento X), passando a ter sobreposta uma oscilação de 50 vezes por segundo.

Esse movimento decorria com facilidade em todo o fio de cobre. Mas este estava interrompido por um pequeno filamento de tungsténio onde os electrões colidiam com muito maior frequência com átomos a quem cediam energia. O movimento dos electrões persistia, no entanto, a agitação aumentava até que a emissão de radiação compensava a energia que os átomos do fio de tungsténio recebiam dos electrões e o quarto se enchia de luz.

A luz vinda do filamento, quase instantaneamente, pôs em movimento outros electrões, no *abat-jour* do candeeiro, nas paredes, no tecto, nas portas dos armários, nas roupas da cama. Estes voltaram a emitir radiação que agora preenchia o quarto vinda de todas as direcções (embora com maior intensidade do filamento de tungsténio).

X não notou nada disto. Estes acontecimentos extraordinários passaram-se tão depressa que para ele nenhum tempo passou desde que fechou o interruptor até que o número de partículas de luz que atingiam a sua retina, aumentou subitamente, vindas já de todo o lado. O resultado foi um conjunto ainda mais complexo de reacções químicas e físicas que terminaram (ninguém sabe como) no pensamento de X: “tenho que mudar esta lâmpada: tem uma luz demasiado forte!”

Caixa 1.1: O que acontece ao ligar um interruptor.

1.2 Consumo de Energia

Um dos conceitos mais importantes da Física é o de energia. Também aqui vemos um caso de um vocábulo comum, que adquire uma dimensão muito diferente quando usado no contexto científico.



Figura 1.1: Sala de geradores da Central da Barragem de Hoover, no Colorado [4].

Se pedirmos a alguém que diga a primeira palavra que lhe vem à cabeça a propósito de **energia**, ouviremos com frequência: **consumo**. A energia gasta-se! Vejamos por exemplo de onde vem a energia gasta no candeeiro da história da Caixa 1.1.

Os fios de cobre do candeeiro referido na história estão ligados a outros que vêm da rua. Seguindo-os, encontramos grandes bobinas de fio enrolados à volta de massas de ferro; enrolado à volta da mesma massa de ferro está mais fio de cobre noutras bobinas.

Seguindo estes fios poderemos chegar a uma central eléctrica onde, mais uma vez, encontramos gigantescas bobinas de fio de cobre dentro de geradores, quase do tamanho de uma pequena casa (Fig. 1.1). No seu interior um conjunto de magnetos (ímanes) é posto em movimento por torrentes de água que descem do topo da barragem numa queda de centenas de metros até às pás de uma turbina ligada aos magnetos; o movimento desses magnetos é que movimenta os electrões nos enrolamentos de cobre e, em última análise, permite a X, e a muitos milhões de outras pessoas, encontrar o caminho no seu quarto iluminado.

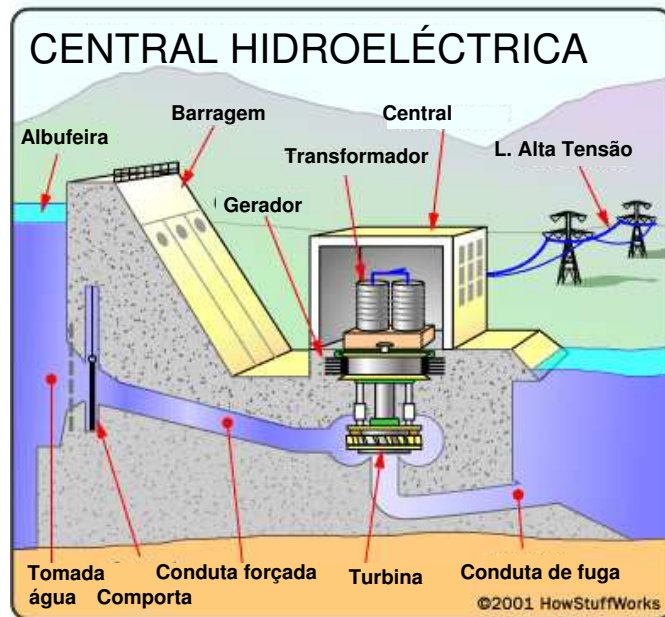


Figura 1.2: Esquema de um aproveitamento hidroelétrico (adaptado de [4]).

1.2.1 Consumos em Portugal e no Mundo

Os gestos de pessoas como X são repetidos todos os dias. As actividades humanas estão dependentes de fontes de energia. É interessante reflectir um pouco nos números de consumo energético a vários níveis. É uma boa oportunidade para recordar os conceitos de potência e as respectivas unidades.

▷ Actividade 1.1

Em casa

Os electrodomésticos indicam entre as suas características a respectiva *potência*, isto é, a energia consumida por unidade de tempo, quando ligados à rede eléctrica. A unidade SI de potência é o **watt**.

Consideremos a seguinte lista de consumos típicos de uma casa:

- iluminação, de potência total 300W, 4 horas por dia;
- fogão eléctrico, 2kW, 1 hora por dia;
- televisão, 400W, 4 horas por dia;

- máquinas de lavar, 1 kW, 3 horas por dia;
- outros electrodomésticos (torradeiras, varinhas mágicas), 200 W, 1 hora por dia;
- aquecimentos, 2 kW, 2 horas por dia.

O consumo diário correspondente é cerca de 12 kWh, ou seja 360 kWh em cada mês.

▷ Actividade 1.2

No País

A energia eléctrica é fornecida aos consumidores a partir da rede eléctrica nacional, gerida por um empresa com o mesmo nome (REN) do grupo EDP. No *website* desta empresa é possível obter informações sobre os consumos nacionais de energia eléctrica [5], algumas das quais estão resumidas na Caixa 1.2 da página 16.

A esta escala, a unidade corrente de potência é o *gigawatt*, GW, que corresponde a um milhão de kW. Quantidades de energia são referidas em *gigawatt-hora* (GWh). O consumo diário em Portugal, 121 GWh, é cerca de 10 milhões de vezes superior ao que estimámos para um lar comum.

Só para a produção de energia hidroeléctrica é necessário turbinar diariamente cerca de 300 milhões de toneladas de água. Nas centrais térmicas alimentadas a carvão, onde é produzida a maior parte da energia eléctrica consumida em Portugal (34% do total), são queimadas cerca de 16 mil toneladas de carvão *por dia*.

No Mundo

Segundo dados da Agência Internacional de Energia Atómica (IAEA) [1], são produzidos por dia em todo o mundo 41 *terawatts-hora* de energia eléctrica. Isto é, 41 mil milhões de kWh, quase 340 vezes mais do que em Portugal. Não é fácil imaginar as quantidades fabulosas de carvão, petróleo, gás natural, água turbinada, combustível nuclear, que todos os dias são consumidos, com inevitáveis impactes ambientais, para satisfazer esta insaciável fome de energia.

1.2.2 A energia gasta-se?

Afinal que acontece às prodigiosas quantidades de energia postas em jogo todos os dias? Não recuperamos os milhões de milhões de

■ Dados sobre consumo de energia eléctrica ■

Reúnem-se aqui alguns dados sobre consumos energéticos recolhidos da REN— Rede Eléctrica Nacional [5] e da IAEA— *International Atomic Energy Agency* [1]. São usadas as seguintes unidades:

- *gigawatt*, $1 \text{ GW} = 10^9 \text{ W}$;
- *kilowatt-hora*, $1 \text{ kWh} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$;
- *gigawatt-hora*, $1 \text{ GWh} = 10^6 \text{ kWh}$;
- *terawatt-hora*, $1 \text{ TWh} = 10^9 \text{ kWh}$.

<i>Descrição</i>	<i>Valores</i>	<i>Fonte</i>
Consumo mensal por habitação	360 kWh	Estimada
Potência instalada em Portugal	8,7 GW	REN
Consumo nacional diário	121 GWh	REN
Produção hidroeléctrica diária	21 GWh	REN
Produção em térmicas diária ^a	84 GWh	REN
Produção diária, outras fontes	16 GWh	REN
Consumo mundial diário	41 TWh	IAEA

Um juízo sobre o significado destes consumos pode ser feito a partir dos seguintes dados:

- O volume de água turbinado em média, por kWh, é cerca de 15 m^3 [6];
- o conteúdo energético do carvão é cerca de $6,1 \text{ kWh}$ por quilograma de carvão. Mas uma central térmica só consegue transformar em energia eléctrica cerca de 40% dessa energia, $2,4 \text{ kWh kg}^{-1}$.

^aO combustível de uma térmica pode ser carvão, gás ou *fuel*.

Caixa 1.2: Alguns números sobre consumo de energia eléctrica.

toneladas de carvão, petróleo ou gás natural, usados todos os dias neste processo.

A radiação solar que incide na Terra encarrega-se de evaporar diariamente milhões de toneladas de água e de a transportar de novo para o cimo das montanhas. E isso é apenas uma fracção ínfima da energia total da radiação que chega à Terra.

Mas passado um dia, um mês, um ano, ou mesmo um século, a Terra não mudou assim tanto. Há tanta água no mar, na atmosfera ou nas montanhas como antes. As montanhas estão no mesmo sítio. É certo que se fizeram algumas casas, há mais carros, etc., mas as quantidades de energia postas em jogo nesses processos são quase patéticas à escala planetária. Basta ver o que pode acontecer a essas construções num modesto estremecimento da Terra.

Que está a acontecer a esta energia toda? Está a desaparecer, a deixar de existir? Gasta-se, um pouco como o dinheiro do nosso bolso? Ou vai para algum lado?

1.3 Conservação de Energia

Se pedirmos a um físico que diga a primeira palavra que lhe vem à cabeça a propósito de **energia**, responderá com grande probabilidade: **conservação**.

Em ciência o conceito de energia está intimamente associado ao de conservação. O que o Princípio de Conservação da Energia afirma, é que em *qualquer transformação na Natureza*, há uma quantidade cujo valor antes e depois da transformação não se altera—a energia. Esta ideia tornar-se-á, gradualmente, mais precisa e será sempre verdade que:

energia é uma quantidade que se conserva.

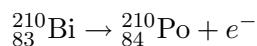
Afinal, gasta-se ou conserva-se?

1.3.1 A descoberta do neutrino

A descoberta do neutrino é um excelente exemplo de aplicação do princípio de conservação de energia.

Certos núcleos instáveis emitem electrões no decaimento—decaimento tipo beta. Um exemplo é o isótopo de número de massa 210 do

Bismuto, ^{210}Bi . Ao decair transforma-se no isótopo 210 de Polónio, ^{210}Po , e emite um electrão. Pensava-se que o decaimento era:



O electrão tem uma massa muito menor que a do núcleo e fica com quase toda a energia do decaimento; do mesmo modo que quando uma pistola dispara uma bala a energia fica (quase) toda na bala¹.

Ora, como os estados do núcleos antes (^{210}Bi) e depois (^{210}Po) do decaimento são sempre os mesmos, a energia com que os electrões são emitidos devia também ser a mesma, para todos os decaimentos de um dado isótopo. Mas não são; os electrões emitidos podem ter energias que variam continuamente desde 0 até um valor máximo (Fig. 1.3).

Esta dificuldade pode ser ilustrada por uma analogia. Um canhão de 20 toneladas dispara balas de 10 kg. É carregado sempre com munições idênticas. Mas de cada vez que dispara a velocidade dos projecteis é diferente. Os estados iniciais e finais do canhão não revelam quaisquer diferenças em cada disparo. As munições também não. Por que é que a velocidade de saída dos projecteis varia desde quase zero até uma velocidade máxima? Se as munições têm energia suficiente para disparar as balas com a velocidade máxima, o que acontece a essa energia quando saem mais lentas?

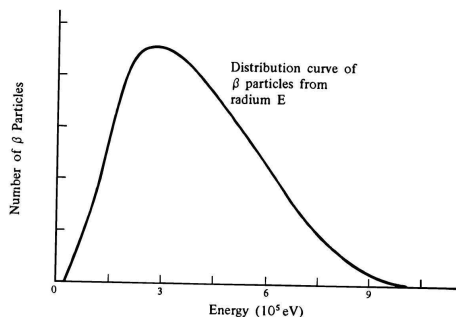


Figura 1.3: Um espectro de decaimento β do ^{210}Bi (à data conhecido por Rádio E). A energia do electrão emitido pode variar entre 0 e um valor máximo (1.05 MeV). Tirado de um dos artigos clássicos, C.D Ellis e W. A Wooster, Proc. R. Soc. (London) **A117** 109 (1927).

¹Se a energia ficasse na pistola o disparo causaria mais danos em quem tinha a pistola, o que até nem era mau!

■ Unidades de energia ■

Os físicos e químicos usam, com frequência, unidades de energia diferentes do **joule**, em particular quando se referem a processos microscópicos que envolvem partículas elementares, núcleos, átomos e moléculas. Uma das mais usadas é o electrão-volt (**eV**) que vale

$$1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

A energia necessária para ionizar um átomo de hidrogénio no seu estado fundamental, nesta unidade, é de **13,6 eV**. A energia necessária para destruir uma ligação química, na generalidade das moléculas, é da ordem de grandeza de **1 eV**.

No caso dos núcleos, as energias típicas são da ordem do milhão de electrão-volt, isto é, mega electrão-volt, abreviatura **MeV** (lido como *méve*). Por exemplo, a energia necessária para separar os prótons (2) e neutrões (2) do núcleo de hélio (partícula α) é de **28,3 MeV**.

Caixa 1.3: Unidades de energia

O espectro de um decaimento β^- está representado na Fig. 1.3. No eixo das abcissas representa-se a energia do electrão emitido. A ordenada, a cada energia, é proporcional à fracção de electrões emitidos com essa energia, quando observamos um grande número de decaimentos.

A solução deste mistério foi sugerida por Wolfgang Pauli, um físico austríaco, em 1930, numa curiosa carta escrita aos participantes de um congresso a que Pauli não pode estar presente².

Pauli preferiu **postular** a existência de uma partícula, a que chamou neutrão e que ninguém tinha detectado, a admitir que a energia não era conservada. A energia total do decaimento era distribuída entre o electrão e esta misteriosa partícula de tal modo que a soma das respectivas energias fosse constante. Como a partícula fantasma de Pauli não era detectada, a energia parecia não ser conservada.

Três anos mais tarde, Enrico Fermi explicou a forma do espectro observado e rebaptizou a partícula de Pauli de *neutrino*; entretanto tinha sido descoberto o neutrão (uma partícula neutra com massa semelhante à do protão) e Fermi sabia que o neutrino (neutrão

postular: afirmar como verdade, ainda que sem prova, uma proposição não evidente.

²A razão invocada por Pauli foi que era necessária a sua presença num baile!

pequenino) tinha que ter uma massa muito mais pequena.

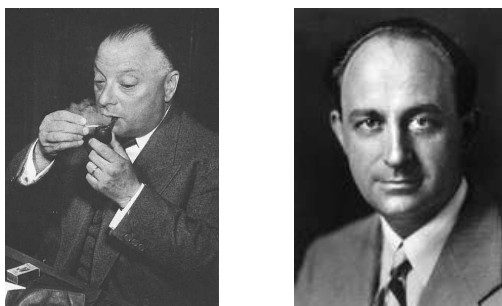


Figura 1.4: Wolfgang Pauli (1900–1958), à esquerda, físico austríaco que sugeriu a existência do neutrino. Enrico Fermi (1901–1954), à direita, físico italiano, desenvolveu a ideia de Pauli e deu o nome definitivo ao neutrino.

Acontece que o neutrino é uma das partículas mais abundantes do universo, embora seja tão difícil de detectar que isso só foi conseguido 23 anos após a sugestão de Pauli.

A ideia de Pauli pode ter parecido um expediente, de natureza duvidosa, para “salvar” a lei de conservação da energia. Mas a Natureza deu razão à fé de Pauli nessa lei. O neutrino existe mesmo e pôde mais tarde ser observado, quer em decaimentos beta quer em outros processos (Fig. 1.5)

O século XX assistiu a modificações radicais da nossa concepção do mundo físico. Mas o princípio da conservação de energia manteve-se e, no caso do neutrino e em muitos outros, como o efeito fotoeléctrico, guiou-nos na descoberta de aspectos novos da realidade, mesmo antes de ser possível uma visão coerente da mesma. Hoje em dia, o conceito de energia (e outros com ele directamente relacionados) continua a ter um papel fundamental na ciência.

1.4 Consumo ou conservação?

Afinal, em que ficamos: a energia gasta-se ou conserva-se?

Veremos ao longo deste curso, que a energia, de facto, se conserva: sempre! O que acontece é que, tal como na história do neutrino, em muitos processos físicos é preciso olhar com muito cuidado para descobrir para onde foi a energia. Se não o fizermos, há parcelas que nos escapam, e no fim pensamos que temos menos energia do que quando começamos.

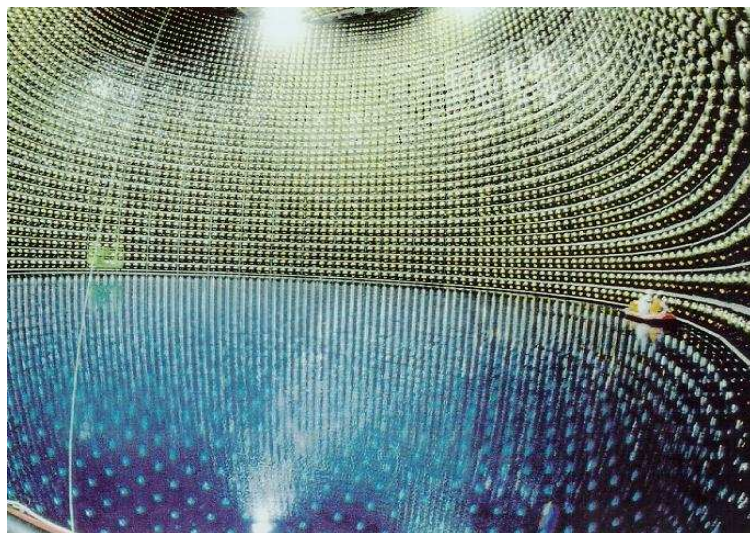


Figura 1.5: Como o neutrino quase não interage com nada, para o detectar usam-se tanques subterrâneos gigantescos, cheios de água. A figura mostra o enchimento de um dos maiores, o Super-Kamiokande no Japão. É visível um pequeno bote com duas pessoas do lado direito (Foto do ICRR, Institute for Cosmic Ray Research, The University of Tokyo).

Ao longo deste curso, iremos, progressivamente, descobrindo novas maneiras de contabilizar a energia envolvida em diversos processos físicos. E acabaremos por descobrir que o princípio de conservação de energia é fundamental, até para compreender os processos do dia-a-dia em que, aparentemente, “consumimos” energia.

1.5 Actividades, problemas e exercícios

1.1. Unidades de energia e potência

Recordar conceito de potência e respectiva unidade no SI.
Ver Ficha de Actividade A1.

1.2. Energia hidroeléctrica

Investigar alguns dados referentes ao consumo de energia hidroeléctrica no País e no mundo. Ver ficha de actividade A2.

1.3. O que gasta uma lâmpada de 100 W?

Consequências das necessidades energéticas. Ver Ficha de Actividade A3.

1.4. Espectro de decaimento β .

Imagine-se um núcleo com os níveis de energia representados à esquerda da Figura 1.6. Depois do decaimento o núcleo resultante tem o conjunto de níveis da direita. Como seria o espectro de decaimento β (ver Fig 1.3), se apenas fosse emitido um electrão (sem neutrino) e o núcleo estivesse inicialmente no seu estado de mais baixa energia, E_0 ?

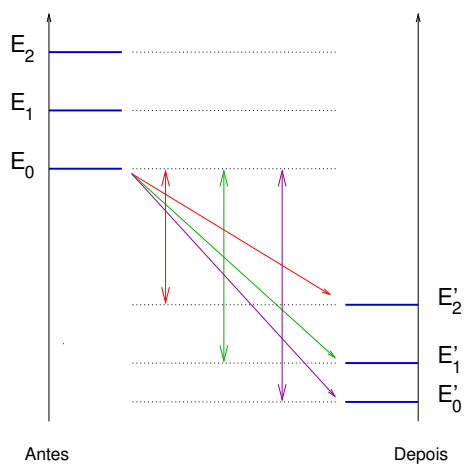


Figura 1.6: Esquema possível de alguns dos níveis de energia de um núcleo, antes e depois de um decaimento β .

Capítulo 2

Trabalho e energia

2.1 Transferências de energia

Como medir energia? Acreditamos que um litro de gasolina tem uma certa energia. Dois litros terão, seguramente, o dobro. Mas como comparar a energia da gasolina com a de uma pilha? Ou com a da água, que desce uma montanha e faz mover uma turbina? Ou com a do vento, que acciona um moinho?

Em muitas situações em que acreditamos haver transferência de energia conseguimos identificar dois factores, força e movimento:

- A água empurra e faz rodar as pás de uma turbina;
- uma grua exerce uma força sobre uma carga e eleva-a a uma dada altura;
- um jogador de andebol estica o braço, exercendo uma força sobre a bola e imprimindo-lhe uma certa velocidade;
- os elásticos de *bungee jumping* travam a queda de um corajoso saltador, primeiro distendendo-se e depois contraindo-se, reenviando-o para novo voo.

Mas há outros tipos de transferência de energia em que não parece haver movimento:

- o aquecimento de água com uma chama, ou com outro corpo mais quente, como uma resistência eléctrica;
- o arrefecimento da sopa quente, quando exposta ao ar;

- o aquecimento do asfalto das ruas, quando 1exposto ao sol.

Qualquer um de nós é capaz de imaginar muitas outras situações. Neste capítulo vamos discutir situações do primeiro tipo.

2.1.1 Noção de Sistema1

Se falamos em *transferência* é porque:

- estamos a considerar pelos menos dois corpos e faz sentido falar da energia de cada um;
- está implícita a ideia de **conservação**; algo *transfere-se* se passa de um sítio para outro. Se a energia de um corpo aumenta, a energia de outro diminui.

Para discutir transferências 1de energia, temos, então, que identificar os **sistemas** entre os quais essa transferência ocorre. Os físicos usam frequentemente esta palavra mas raramente se preocupam em precisar o seu significado. Na verdade, é muito mais útil saber analisar casos particulares do que ter uma definição geral de sistema.

Digamos apenas que, ao analisar processos físicos, podemos, em geral, ignorar a maior parte do Universo (graças a Deus). Na parte que nos interessa é possível identificar corpos, regiões, conjuntos de partículas—numa palavra, **sistemas**—para os quais é possível definir uma energia; as influências mútuas entre esses sistemas, as **interacções**, originam a transferência de energia entre eles.

No caso do salto com elásticos, *bungee jumping*, por exemplo, o saltador no campo gravítico da Terra constitui um sistema. Este sistema interage com outro, os elásticos, que o impede de se estalar. Há transferências de energia entre estes dois sistemas.

Mas não são definições gerais que nos fazem compreender estas noções de sistema e interacção; é a prática. Estes conceitos ficarão mais claros à medida que formos analisando situações concretas.



Figura 2.1: Testando a conservação de energia.

▷ Actividades 2.1 e 2.2

2.2 Trabalho

Se reflectirmos um pouco nas situações de transferência de energia que envolvem forças e movimentos, chegaremos à seguinte conclusão:

Se uma força actua num corpo no sentido em que este se desloca, a sua energia aumenta; se actua no sentido oposto, a sua energia diminui.

Consideremos, por exemplo, o tiro ao arco. Ao retesar o arco, o arqueiro puxa a seta. Exerce uma força no mesmo sentido em que desloca a corda do arco: a energia do arco aumenta. Os sistemas são, neste caso, o arco e a flecha, por um lado, e o arqueiro, pelo outro. Essa energia é depois usada para impulsionar a flecha. Nessa situação o arco exerce uma força sobre a flecha no mesmo sentido em que ela se desloca: logo, a energia da flecha aumenta. Agora, os sistemas que estamos a considerar são a flecha, por um lado, e o arco, pelo outro.

Um outro exemplo é o da travagem do Vaivém espacial na aterragem. O cabos do pára-quedas de travagem puxam o Vaivém com uma força que tem o sentido *oposto* ao do respectivo deslocamento: a energia do Vaivém diminui.

Pensando noutros casos semelhantes chegaremos à mesma conclusão; quando a força sobre um corpo actua no sentido do deslocamento, a sua energia aumenta; se o sentido é oposto, a energia diminui. Mas de quanto? Como podemos medir essa quantidade de energia transferida?

A resposta a esta pergunta é dada pela noção de **trabalho de uma força**:

O trabalho de uma força de módulo F , constante, exercida sobre um corpo, num deslocamento de d , na direcção e sentido da força, é $F \times d$ e é igual à energia transferida para o corpo por acção dessa força.

Se designarmos por $\Delta E = E_f - E_i$, a variação de energia do corpo, energia final menos energia inicial¹, temos:

$$\Delta E = w \equiv Fd.$$

¹Esta notação será usada muitas vezes ao longo do curso. Numa qualquer transformação, com um estado final e um estado inicial, a variação de uma grandeza A , será designada por ΔA e é *sempre* o valor final menos o inicial, $\Delta A = A_f - A_i$.

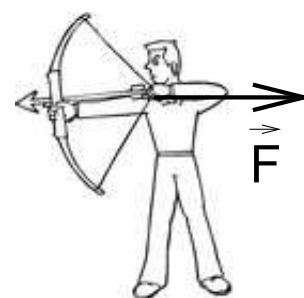


Figura 2.2: Arqueiro retesando um arco.

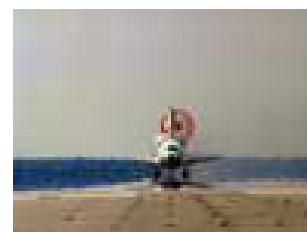


Figura 2.3: Aterragem do Vaivém com pára-quedas de travagem.

E se a força tiver o sentido oposto ao do deslocamento?

Como vimos, nesse caso, a energia do corpo diminui: $E_f < E_i$; a variação de energia é negativa, $\Delta E < 0$. Define-se, nesse caso, o trabalho como $w = -Fd$ e continua a ser a variação de energia do corpo.

O trabalho de uma força de módulo F , constante, exercida sobre um corpo, num deslocamento de d na direcção da força e sentido oposto, é $-F \times d$ e é igual à energia transferida para o corpo por acção dessa força.

Note-se que em Física falamos de energia transferida *para* o corpo, como sendo a variação de energia, ΔE , mesmo quando esta é negativa! Em linguagem comum diríamos que a energia é transferida *do* corpo. Deste modo, podemos usar sempre a mesma linguagem e as mesmas equações, qualquer que seja o sinal das grandezas que nelas ocorrem. Em particular, a equação

$$\Delta E = w$$

vale, quer w seja positivo quer negativo.

Mas será verdade? Como é que sabemos que esta é a maneira correcta de medir a energia transferida por acção de uma força?

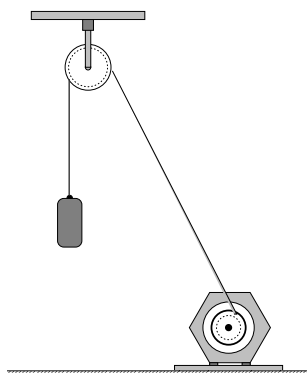


Figura 2.4: Elevar o corpo de peso P requer energia.

2.3 Energia potencial

2.3.1 Energia potencial gravítica

Consideremos um sistema simples de um motor que enrola uma corda e, através de uma roldana, eleva um corpo de peso $P = mg$ (Fig. 2.4). Este processo requer energia; o motor gasta combustível.

Vamos supor uma elevação muito lenta, com velocidade nula no estado final. Deste modo não temos energia associada ao estado de movimento. Mas, tal como a água retida numa barragem pode em queda accionar turbinas, um corpo elevado também pode ser usado para transferir energia para outros corpos. A sua energia

■ Componente de uma força ■

Aparentemente demos duas definições de trabalho, distinguindo os casos de força e deslocamento com o mesmo sentido ou sentidos opostos. Introduzindo o conceito de **componente** de uma força, podemos simplificar a definição.

Um deslocamento rectilíneo assim como uma força, são caracterizados por um módulo (intensidade) e ainda por uma direcção e um sentido: são grandezas vectoriais. O módulo, por definição é expresso por um número positivo.

Na maior parte dos casos que vamos considerar as direcções são as mesmas. O sentido da força pode ser o mesmo, ou oposto, ao do deslocamento. Se uma força de módulo F tem a mesma direcção e sentido do deslocamento, dizemos que a **componente** da força segundo o deslocamento é F ; se o sentido é oposto, a **componente** é $-F$. Assim a componente é positiva ou negativa conforme a força tenha o mesmo sentido ou o sentido oposto do deslocamento.

Com este conceito de componente podemos resumir as duas definições que demos de trabalho numa só, sem precisar de distinguir as duas situações:

O trabalho de uma força de módulo constante, exercida sobre um corpo, num deslocamento de comprimento d com a mesma direcção da força, é o produto da componente da força segundo o deslocamento por d .

Com efeito, se os sentidos são idênticos, a componente da força é F , em que F é o módulo da força ($F > 0$). Esta definição dá $w = F \times d$. Se os sentidos são opostos, a componente da força é $-F$ e o trabalho $w = (-F) \times d = -F \times d$. Mais tarde veremos que esta definição continua a ser válida mesmo se a força e o deslocamento não forem colineares.

Caixa 2.1: O conceito de componente de uma força.

aumentou em resultado da sua elevação. A este tipo de energia, associado à posição, chamamos **energia potencial**.

Uma possibilidade, para medir a energia transferida para o corpo, é determinar a quantidade de combustível gasto. Só que, naturalmente, uma medida desse tipo dependeria do tipo de motor e mesmo do tipo de combustível. Ora, não estamos aqui interessados em saber quanta energia gastou o motor; o que nos interessa é medir a que foi transferida para o corpo. Isso envolve um processo simples: a aplicação de uma força e um deslocamento. O que se passa no motor é muito mais complicado.

A força que a corda tem que exercer, para um deslocamento muito lento, é igual em módulo, e oposta em sentido, ao peso, $P = mg$. Podemos, assim, ignorar qualquer variação de energia associada ao estado de movimento do corpo e considerar apenas a energia associada à sua posição, energia potencial, E_p . A nossa definição de trabalho diz:

$$\Delta E_p = Fd = mg\Delta z$$

em que $\Delta z = z_f - z_i$ é a variação da altura do corpo.

Faz sentido, a variação de energia ser proporcional ao peso, mg , e à variação de altura, Δz ?

Como o peso do corpo não varia com a altura, o processo de elevar o corpo de 5 m para 6 m ou de 10 m para 11 m de altura é exactamente o mesmo: o motor recolhe um metro de corda, exercendo a mesma força. Logo transfere a mesma energia. Assim sendo, a variação de energia do corpo deve ser idêntica, por cada metro de elevação do mesmo. Isso significa que a variação de energia é proporcional ao número de metros de elevação, isto é, a Δz .

E a proporcionalidade de ΔE ao peso mg ?

Podemos sempre elevar um corpo de peso $2mg$ dividindo-o em duas partes iguais e elevando uma parte de cada vez. Gastaríamos a energia necessária para elevar duas vezes um corpo de peso mg . Parece natural que a variação de energia seja também proporcional ao peso.

Em resumo: a nossa definição de trabalho é razoável. Vale a pena ver onde nos pode levar. Para já, obtivemos uma expressão para a variação de energia potencial gravítica de um corpo de massa m , quando a sua altura varia de Δz :

$$\Delta E_p = mg\Delta z. \quad (2.1)$$

▷ Energia potencial gravítica

Exemplo: se um operário tiver que elevar 60 kg de tijolos para um terceiro andar, a 15 m do solo, terá que dispendir (pelo menos) uma energia de:

$$\Delta E = 60 \times 10 \times 15 = 9000 \text{ J.}$$

Escolha do zero de energia

Ainda não obtivemos uma expressão para a energia potencial, mas apenas para a *variação* de energia potencial. O princípio de conservação de energia, de facto, só envolve *variações* de energia. Por essa razão, podemos definir a energia potencial para uma dada posição como quisermos. Por exemplo, podemos dizer que para a altura $z = 0$, a energia potencial é $E_p(0) = 0$. Claro que essa escolha só pode ser feita para uma dada posição, pois as variações de energia potencial são conhecidas. Para qualquer outra posição de altura z , teremos:

$$\Delta E_p \equiv E_p(z) - E_p(0) = mg\Delta z = mg(z - 0) = mgz.$$

Como $E_p(0) = 0$, obtemos

$$E_p(z) = mgz.$$

Se escolhêssemos $E_p(0) = a$, teríamos

$$E_p(z) = mgz + a,$$

mas as variações de energia potencial continuariam a ser dadas pela Eq.2.1. Note-se ainda que a altura é $z = 0$ onde quisermos escolher a origem do eixo zz . Não é nenhuma altura particular: tanto pode ser o nível médio do mar, como o chão da cabine de um avião comercial a voar a 10 km de altitude.

2.3.2 Energia potencial e trabalho de forças internas.

Forças internas

Na discussão anterior, quando elevamos um corpo aplicando uma força contrária ao peso, dissemos que transferimos energia para o corpo. O sistema que fornece energia é o que exerce essa força (nós, ou o motor e o respectivo cabo de suspensão do corpo). O corpo, no campo gravítico, é o sistema a que fornecemos energia.

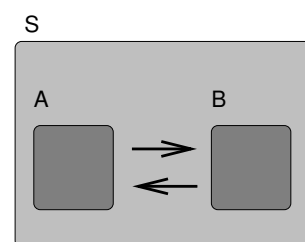


Figura 2.5: interações mútuas entre A e B não podem alterar a energia total do sistema S.

E o peso do corpo não realizou trabalho? Não temos de o contabilizar?

A interacção entre dois corpos manifesta-se nas forças que exercem um sobre o outro, que permitem a transferência de energia entre eles. Mas uma força interna, exercida por uma parte de um sistema noutra parte do *mesmo* sistema, não pode variar a energia deste sistema. Isso violaria o princípio de conservação de energia. Porquê? Porque, se a energia varia num sistema, varia também *fora dele*. Se assim não fosse, a energia não se conservava. Forças internas não actuam sobre o exterior do sistema e por isso não podem originar mudanças em que a energia do exterior varie.

O peso como força interna

O peso de um corpo pode ser considerado uma força interna: o sistema é o corpo no campo gravítico da Terra. Ou, melhor ainda, o corpo *e a Terra* constituem o nosso sistema. O que chamamos energia potencial do corpo é na verdade uma energia do sistema corpo-Terra, devida à interacção gravítica. Como o estado de movimento da Terra não é alterado (massa da Terra muito maior do que a do corpo), podemos calcular essa energia de interacção em termos da posição do corpo relativamente à superfície da Terra, a altura, z . Por isso, podemos-nos referir a esta energia como sendo a energia potencial *do corpo*.

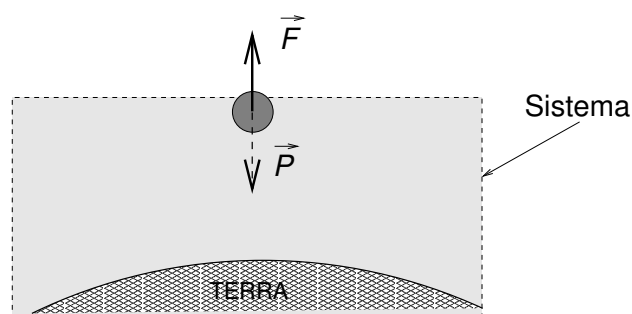


Figura 2.6: Se o sistema é constituído pelo corpo e pela Terra, o peso é uma força interna (a tracejado), que não pode alterar a energia do sistema. Uma força externa \vec{F} (a cheio), aplicada ao corpo, pode alterar a energia do sistema corpo-Terra.

Quando elevamos o corpo, exercemos uma força externa que é oposta ao peso. O seu trabalho resulta numa variação de energia potencial do corpo (ou, como dissemos acima, energia potencial

gravítica do sistema corpo-Terra):

$$\Delta E_p = w_{ext} = F \times \Delta z$$

Mas como esta força externa equilibra o peso (para que o corpo não acelere) o trabalho do peso é o simétrico do trabalho da força externa: se a força \vec{F} tem o sentido do deslocamento, o peso tem o sentido oposto e vice-versa. Logo

$$w_{int} = -w_{ext} = -P \times \Delta z.$$

Portanto, como $P = mg$

$$\Delta E_p = -w_{int} = -mg\Delta z. \quad (2.2)$$

Esta equação relaciona a variação de energia potencial com o trabalho das forças internas numa alteração de posição: não exprime uma transferência de energia de um outro sistema através da realização de trabalho.

Mais tarde veremos que nem sempre é possível estabelecer uma relação deste tipo entre forças internas e energia potencial. As forças, como o peso, para as quais isso é possível designam-se por **forças conservativas**.

2.3.3 Unidades

Em que unidades se mede a grandeza energia? Como a unidade de força é o **newton**, N, e a de comprimento o **metro**, m, o trabalho e, portanto, a energia podem medir-se em N m, unidade designada por **joule**, J.

O que é um joule? A expressão para o trabalho de uma força,

$$w = Fd,$$

mostra que o trabalho realizado por uma força de 1 N, num deslocamento de 1 m, é 1 J. O peso de uma massa de 100 g é, aproximadamente, 1 N pois a aceleração da gravidade é perto de 10 m s^{-2} ($P = mg = 0,1 \times 10 = 1 \text{ N}$). Um joule é, pois, a energia necessária para elevar cerca de 100 g de 1 m, à superfície da Terra.

▷ Problema 2.1.

2.3.4 Máquinas simples

Roldana móvel

Podemos levantar um peso de 20 N exercendo uma força de apenas 10 N. Como?

Veja-se o sistema de roldana móvel da Fig. 2.7. O módulo, F , da força aplicada no ponto A da Fig. 2.7, é apenas metade do módulo do peso do corpo, $P/2$ (por simplicidade desprezamos o peso da roldana móvel). É verdade, como se vê, facilmente, experimentando! Para compreender porquê, basta notar que a roldana móvel está suportada por duas cordas: cada uma delas exerce uma força de módulo $P/2$ para equilibrar o peso.

Que ótima ideia para obter energia de graça! Uma vez que F é metade de P , então, o trabalho que realizamos para elevar o corpo, puxando em A , seria metade do que se o fizéssemos directamente. Por metade do trabalho (energia que transferimos) obtemos a mesma variação de energia do corpo!

Era bom, mas não funciona. É que quando deslocamos A , para baixo, de uma distância d , realizando um trabalho $(P/2) \times d$, o corpo só sobe uma distância $d/2$. A variação de energia potencial do corpo é $P \times (d/2)$, exactamente o trabalho que realizámos. Não há almoços grátis!

O sistema da roldana móvel é apenas um de muitos exemplos de dispositivos de desmultiplicação de forças, como uma alavanca, uma caixa de velocidades, o sistema de transmissão e mudanças de uma bicicleta, etc. São sistemas de grande utilidade prática, porque nos permitem realizar tarefas com forças menores. Mas não poupam energia. Se reduzimos a força necessária para metade o deslocamento correspondente aumenta para o dobro. É mais uma confirmação que a definição de trabalho faz sentido: doutro modo estas máquinas permitiriam a *criação de energia*!

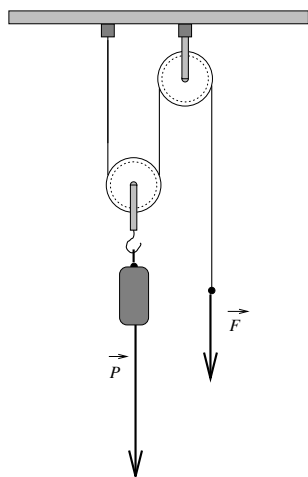


Figura 2.7: A força \vec{F} necessária para equilibrar o corpo é apenas metade do seu peso.

2.4 Energia cinética

Elevemos um corpo de massa de 1 kg a uma altura de dois metros. Sabemos que aumentamos a respectiva energia de ($g \approx 10 \text{ m s}^{-2}$):

$$\Delta E_p = mgh = 1 \times 10 \times 2 = 20 \text{ J.}$$

Se largarmos o corpo, ele cai. Se cair precisamente 2 m, a sua energia potencial volta ao valor inicial. Onde está a energia que transferimos para o corpo ao elevá-lo?

Neste caso o corpo caiu livremente. Não o movemos lentamente, mantendo o peso equilibrado com uma força externa. Não houve pois trabalho externo sobre o corpo. Como vimos anteriormente, o peso é considerado uma força interna; faz parte do sistema, **corpo+campo gravítico**.

Se o corpo caiu livremente, tem uma velocidade diferente de zero e parece claro que devemos associar a esse estado de movimento um certa energia. Vamos designar essa energia por energia cinética, E_c , e supor que ela pode ser expressa em termos da velocidade do corpo. Qual é a expressão de $E_c(v)$?

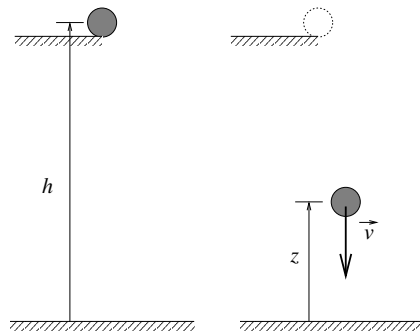


Figura 2.8: À altura z parte da energia potencial inicial é agora energia cinética.

2.4.1 Expressão da energia cinética

Vamos, imediatamente, responder à questão anterior dando a definição de energia cinética de um corpo. Dessa definição, usando conservação de energia, tiraremos algumas conclusões sobre o modo como varia a velocidade de um corpo em queda livre. Na Actividade 2.4 investigaremos experimentalmente essa relação. Teremos assim um pequeno exemplo de como funciona a Ciência.

Primeiro a definição de energia cinética:

A energia cinética, E_c , de um corpo de massa m e velocidade de módulo v , é dada pelo produto da sua massa m pelo quadrado do módulo da sua velocidade v , dividido por dois, $E_c = mv^2/2$.

Consideremos então um corpo, como o da Fig. 2.8, inicialmente parado à altura h : a sua energia potencial é mgh e a sua energia

cinética nula, pois a sua velocidade é zero. A sua energia total é, então,

$$E = mgh.$$

Quando estiver a uma altura z , a sua energia potencial é mgz . Como $z < h$ a sua energia potencial diminui. Se houver conservação de energia, a energia cinética, associada ao movimento, será:

$$E_c = mgh - mgz. \quad (2.3)$$

Usando a definição de energia cinética,

$$m \frac{v^2}{2} = mgh - mgz. \quad (2.4)$$

Resolvendo esta equação em ordem a v^2 , obtemos

$$v^2 = 2g(h - z). \quad (2.5)$$

Chegamos, então, a uma previsão concreta: um corpo, em queda livre à superfície da Terra, partindo do repouso e depois de cair uma distância $d = h - z$, tem uma velocidade

$$v^2 = 2gd.$$

▷ Actividade 2.4

Esta relação é investigada experimentalmente na Actividade 2.4, sobre queda livre. A sua confirmação reforça a coerência das definições que demos de trabalho, energia potencial e energia cinética. Em palavras mais simples: tudo bate certo.

A expressão da energia cinética de um corpo de massa m e velocidade v é, então:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2. \quad (2.6)$$

As expressões das Eqs.(2.3) e (2.6) têm uma natureza muito diferente. Ambas são “fórmulas”, mas têm estatutos muito diferentes. A segunda é uma expressão de validade geral—a definição de energia cinética—enquanto a primeira, *como expressão para energia cinética*, aplica-se apenas a um corpo em queda livre. Exprime a conservação de energia nessa situação particular e não pode ser confundida com uma definição de energia cinética.

2.4.2 O teorema trabalho-energia cinética

Nas secções anteriores considerámos dois casos:

- a) A força externa é equilibrada pelo peso e o corpo desloca-se muito lentamente. O trabalho da força externa é a variação de energia que, neste caso, é apenas energia potencial,

$$\Delta E_p = w_{ext}.$$

- b) A força externa é nula e o corpo move-se apenas sob acção do seu peso. A energia total não varia,

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0,$$

o que significa que a variação de energia cinética é simétrica da variação de energia potencial,

$$\Delta E_c = -\Delta E_p.$$

No caso geral, a força externa não é nula, nem oposta ao peso. No movimento do corpo sob a acção do seu peso e da força externa a velocidade varia. A variação de energia do corpo tem um termo cinético e um termo potencial. O trabalho da força externa é a energia transferida para o sistema, ou seja, a variação da energia total:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = w_{ext}.$$

Se quisermos saber a variação de energia cinética,

$$\Delta E_c = w_{ext} - \Delta E_p. \quad (2.7)$$

Vimos atrás, na Eq. 2.2 da página 31, que a variação de energia potencial se pode exprimir em termos do trabalho do peso, w_{int} , como,

$$\Delta E_p = -w_{int}.$$

Substituindo este resultado na Eq. 2.7, obtemos

$$\Delta E_c = w_{ext} + w_{int}.$$

A variação de energia cinética é igual ao trabalho de **todas** as forças aplicadas ao corpo. Este resultado é conhecido como o **teorema do trabalho-energia cinética**.

2.5 Forças dissipativas

2.5.1 Resistência do ar

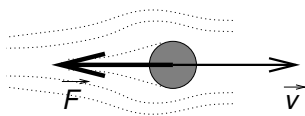


Figura 2.9: Um corpo que se desloca num fluido fica sujeito a uma força de sentido oposto ao seu deslocamento.

Temos vindo a admitir que a soma das energias cinética e potencial gravítica de um corpo em queda livre era conservada. Isto é verdade se o sistema **corpo + campo gravítico da Terra** não interagir com outros sistemas.

Na realidade, o corpo move-se na atmosfera e interage com ela. Essa interação manifesta-se na força de resistência do ar. Se esta força realizar trabalho, existirá uma transferência de energia entre o corpo e o ar da atmosfera.

Quando um corpo se desloca relativamente a um fluido, como o ar ou a água, este exerce sobre ele uma força oposta ao deslocamento do corpo. Quem tenha posto a mão fora de um automóvel em movimento, sabe que essa força pode ser considerável.

Se a força tem sentido oposto ao do deslocamento, o seu trabalho sobre o corpo é negativo:

$$w_r < 0.$$

Voltemos a considerar o caso da queda de um corpo num campo gravítico, incluindo agora o efeito da resistência do ar. A energia inicial é mgh (corpo em repouso à altura h). Quando está à altura z será,

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgz.$$

Mas como houve interação com o ar a energia do corpo variou. A energia transferida foi o trabalho da força de resistência do ar. Então:

$$\text{Energia final} = \text{Energia inicial} + \text{trabalho de resistência do ar}.$$

Isto é:

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgz = mgh + w_r. \quad (2.8)$$

Como $w_r < 0$ a energia do corpo diminui. Podemos reescrever esta equação usando o módulo de w_r , uma quantidade positiva. Como $w_r = -|w_r|$,

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg(h - z) - |w_r|.$$

O primeiro termo do segundo membro é o que teríamos se não houvesse interação com o ar: a velocidade de queda é menor do que seria na ausência da atmosfera.

Só podemos ignorar o termo de resistência do ar se w_r for muito menor que a variação de energia potencial. Para um berlinde ou uma bola de ping-pong, numa queda até um metro, essa aproximação é razoável. Para uma folha de papel ou uma pena, é muito má.

2.5.2 Forças dissipativas

Poderemos fazer com a força de resistência do ar o que fizemos com o peso? Considerá-la como um força interna de um sistema que agora inclui o ar e definir mais um termo de energia potencial, E_r , de modo que

$$\Delta E_r = -w_r? \quad (2.9)$$

Se assim fosse, a Eq. 2.8 teria a forma

$$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta E_r = 0,$$

já que $\Delta E_c = mv^2/2$ (velocidade inicial nula) e $\Delta E_p = mg(z - h)$. Voltaríamos a ter um sistema em que a energia se conserva.

Não é possível definir uma tal energia potencial E_r . A razão é a seguinte.

A energia potencial está associada a uma determinada posição do corpo. Se o corpo se desloca, mas volta à mesma posição, a sua variação de energia potencial é nula. Mas no caso da força de resistência do ar o trabalho correspondente não é nulo. Quando o corpo desce, o trabalho é negativo, pois a força é oposta ao deslocamento. Quando o corpo volta a subir, o trabalho *ainda é negativo* pois a força continua a ser oposta ao deslocamento. A soma de duas grandezas negativas não pode dar zero! A igualdade da Eq. 2.9 seria violada pois o primeiro membro seria nulo e o segundo positivo.

Em resumo, a interação entre o ar da atmosfera e um corpo que nele se desloca não pode exprimir-se através de uma energia potencial, como no caso do peso. Forças como a resistência do ar dizem-se **dissipativas**.

Significa isto que quando há forças dissipativas a energia não se conserva?

Não esqueçamos que a resistência do ar é uma interacção entre dois sistemas. De facto, a energia do corpo no campo gravítico da Terra não se conserva; mas apenas porque parte da respectiva energia é transferida para outro sistema. Mais tarde veremos como se manifesta essa energia transferida. Para já, a única coisa que sabemos é que não tem uma relação simples com a posição do corpo, como acontece no caso do campo gravítico. Por isso não é possível definir uma energia potencial associada a esta força.

2.6 Estudo de um caso: *Bungee Jumping*

2.6.1 O que é um *modelo*?

Para ilustrar os conceitos anteriores, vamos estudar, do ponto de vista de transferências de energia, um dos desportos radicais mais populares: o salto com elásticos ou *bungee jumping*.

Um salto real é um processo bem complicado. A resistência do ar está presente, o saltador não se move só na direcção vertical, a orientação do seu corpo pode variar. Por isso vamos construir um **modelo** deste processo: uma representação simplificada que esperamos permita compreender os aspectos gerais mais salientes deste tipo de salto.

Supomos que a energia do saltador no campo gravítico se pode escrever na forma:

$$E_s = \frac{1}{2}mv^2 + mgz \quad (2.10)$$

em que a coordenada z mede a sua altura em relação ao solo. Ignoramos as suas variações de posição (deitado, de pé, de cabeça para baixo), o seu esbracejar, o facto de também se poder movimentar na horizontal e, ainda, a resistência do ar.

Mas há, seguramente, um sistema que não podemos ignorar: os elásticos! Se os ignorássemos, chegaríamos à conclusão que o saltador se estatelaria no chão sem apelo nem agravo: um resultado muito diferente do observado em (quase) todos os saltos.

Na parte inicial da queda os elásticos nada fazem. Depois de o saltador cair uma distância igual ao comprimento de repouso (sem tensão) dos elásticos, estes começam a distender-se. A sua energia aumenta. Podemos incluí-los no nosso sistema definindo uma energia potencial dos elásticos $E_{el}(z)$:

$$E = E_s + E_{el}(z). \quad (2.11)$$

Em resumo: o nosso **modelo** consiste em supor que:

- o saltador se move na vertical apenas;
- a sua energia é dada pelas Eqs. 2.11 e 2.10;
- a energia se conserva.

Precisamos, no entanto, de saber como exprimir $E_{el}(z)$.

2.6.2 Força elástica

Ao esticarmos um elástico temos que exercer forças nas suas pontas. As forças têm o sentido em que as respectivas pontas se deslocam. Logo realizamos um trabalho positivo sobre o elástico—a sua energia aumenta. Ao deixarmos o elástico contrair-se de novo, lentamente, a força que exercemos tem sentido oposto ao deslocamento. O trabalho que realizamos é negativo: o elástico transfere energia para nós e a sua energia diminui.

Se chamarmos x ao aumento de comprimento do elástico, relativamente ao seu comprimento sem forças aplicadas, teremos uma energia $E_{el}(x)$, que aumenta com o valor de x . Podemos considerar que $E_{el}(0) = 0$. Como o princípio de conservação de energia envolve apenas *variações de energia* o valor que tomamos para $E_{el}(0)$ pode ser qualquer um.

Quando esticamos lentamente o elástico, a força que temos que exercer é tanto maior quanto maior for a deformação do elástico. Desde que não seja esticado para além de um certo limite, o elástico comporta-se como uma mola. A força necessária para o manter distendido de um comprimento x é proporcional a x ,

$$F_{ext} = kx.$$

A força que o próprio elástico exerce sobre o corpo que o distende é oposta:

$$F = -kx.$$

Na Actividade 2.5, discutimos como calcular o trabalho de forças cujo valor varia durante o deslocamento. No caso presente, o gráfico da componente da força externa na direcção do deslocamento tem a forma da Fig. 2.10. O trabalho realizado pela força externa é a área do triângulo sombreado:

$$E_{el}(x) = w = \frac{1}{2}kx \times x = \frac{1}{2}kx^2.$$

▷ Actividade 2.5

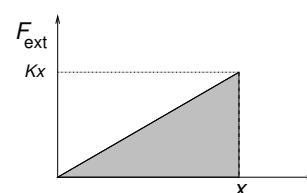


Figura 2.10: Força elástica.

Agora que sabemos calcular a energia de deformação elástica, voltemos à análise do salto *bungee*.

2.6.3 Energia num salto de bungee.

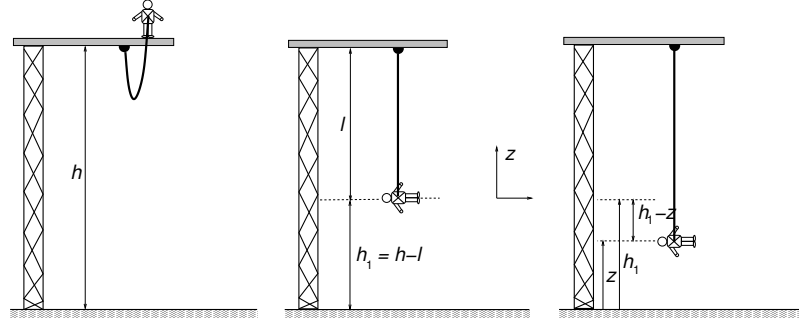


Figura 2.11: Um salto *bungee*. O saltador está inicialmente a uma altura h do solo; o comprimento em repouso dos elásticos é l . Quando a distância z ao solo é inferior a $h_1 = h - l$, os elásticos estão distendidos.

Começemos por designar alguns parâmetros. A Fig. 2.11 ajuda a compreender as respectivas definições:

- altura inicial relativamente ao solo, h ;
- comprimento sem tensão dos elásticos, l ;
- altura acima do solo, em que os elásticos começam a ser esticados, $h_1 = h - l$;
- altura do saltador acima do solo durante o salto, z ;
- peso do saltador, mg ;
- constante de força dos elásticos, k .

Seguindo os passos da Caixa 2.2 da página 41, chegamos à conclusão que, quando o saltador está a uma distância do solo menor que h_1 , a respectiva energia é:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgz + \frac{1}{2}k(h_1 - z)^2 \quad z < h_1$$

Estamos agora em posição de responder a uma pergunta de interesse capital para o saltador:

■ Energia num salto com elásticos. ■

Como podemos calcular a energia para um salto *bungee* como o da Fig. 2.11? Tentemos construir a respectiva expressão passo a passo.

Questão 1: qual é energia potencial inicial ?

Resposta: é apenas a energia potencial gravítica do saltador. A sua energia cinética é zero e os elásticos não estão distendidos.

$$E_0 = mgh$$

Questão 2: quando a altura do saltador relativamente ao solo é superior a h_1 , qual é a energia do sistema?

Resposta: se os elásticos não se distenderam, a sua energia elástica é nula. Se não considerarmos a sua variação de energia potencial gravítica (supomos que a respectiva massa é pequena comparada com a do saltador), a energia total será apenas a soma das energias cinética e potencial gravítica do saltador.

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgz \quad \text{se } z > h_1$$

Questão 3: qual é a energia do sistema quando o saltador se encontra abaixo de h_1 ?

Resposta: Agora os elásticos estão distendidos de uma distância que é $h_1 - z$ (ver Fig. 2.11c). A respectiva energia é

$$E_{el} = \frac{1}{2}k(h_1 - z)^2.$$

A energia total é

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgz + \frac{1}{2}k(h_1 - z)^2 \quad z < h_1$$

Caixa 2.2: Cálculo da energia num salto com elásticos.

O saltador pára antes de atingir o solo, ou estatela-se?

Se a energia se conservar devemos ter:

$$E = E_0$$

ou,

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgz + \frac{1}{2}k(h_1 - z)^2 = mgh.$$

Podemos daqui calcular a velocidade do saltador quando atinge o solo, em $z = 0$. Substituindo $z = 0$:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kh_1^2 = mgh$$

ou,

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh - \frac{1}{2}kh_1^2. \quad (2.12)$$

Esta equação só terá uma solução se o segundo membro for positivo, pois $m > 0$ e $v^2 > 0$. Nesse caso o saltador chega ao chão com uma velocidade:

$$v = \sqrt{2gh - \frac{k}{m}h_1^2}.$$

Este não é o resultado desejado! Para que o saltador não chegue ao chão e páre antes que isso aconteça, devemos ter

$$mgh - \frac{1}{2}kh_1^2 > 0$$

ou seja,

$$\frac{1}{2}kh_1^2 > mgh.$$

Antes de saltar é melhor verificar se isto é verdade! Neste caso a Eq. 2.12 não tem solução: isto significa que $z = 0$ não é uma altura possível, pois implicaria uma energia cinética negativa. O saltador pára e volta a subir antes de chegar ao solo.

Esta condição é muito interessante e muito simples de interpretar. O primeiro membro é a energia elástica quando o saltador chega ao solo ($z = 0$): os elásticos estão distendidos de h_1 . O segundo membro é a energia inicial. Se $kh_1^2/2 > mgh$, não há energia suficiente no sistema para esticar os elásticos até ao chão. Quase podíamos ter adivinhado este resultado!

2.7 Quando o trabalho é nulo.

2.7.1 Força sem deslocamento

Se pegarmos num garrafão de água de 5 litros e o levantarmos à altura do peito, ao fim de poucos minutos os músculos começam a tremer, as forças faltam e temos de o pousar.

De acordo com a nossa definição de trabalho, enquanto seguramos o garrafão numa posição fixa, não realizamos trabalho: não transferimos energia. Por que é que ficamos cansados, então? Segurar um peso não é *trabalho*?

Começemos por notar que uma mesa ou uma corda amarrada a um gancho no tecto seguram um peso durante o tempo que for necessário. Não parece haver realmente qualquer “consumo” de energia. Na indústria de construção civil é habitual deixar cargas suspensas nas gruas durante as interrupções de trabalho. Se isso consumisse energia, as empresas pensariam duas vezes antes de adoptar esse procedimento.

Mesmo no caso em que somos nós a segurar um peso, há um aspecto que é claro: não transferimos energia para o peso se não o deslocarmos. A energia do corpo que seguramos não aumenta com o tempo em que o estamos a segurar. A energia que podemos obter, deixando-o cair, por exemplo, não aumenta por ele ter estado elevado mais tempo. A conceito físico de **trabalho** pretende medir a transferência de energia para o corpo sobre o qual actua a força. Se não houver deslocamento essa transferência é nula.

No entanto, cansamo-nos. O esforço muscular, mesmo sem deslocamento, consome, efectivamente, reservas energéticas do corpo. Porquê?

A razão tem a ver com a maneira como os músculos funcionam. As células musculares, chamadas *fibras*, têm a forma de cilindros alongados e podem contrair-se exercendo forças nas extremidades. Mas são um complexo sistema bioquímico, cujo funcionamento é muito diferente de uma mola ou de um elástico. A contração requer movimento de filamentos de proteína no interior da célula e isso requer energia. A contracção é apenas temporária e a fibra rapidamente perde a tensão. Para manter um músculo contraído, mesmo sem deslocamento, como quando seguramos um peso, é necessário contrair regularmente novas fibras para substituir as que se distendem. É este processo que consome a energia do corpo. Mas essa energia não é transferida para a carga que o músculo

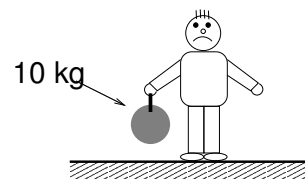


Figura 2.12: Quando seguramos um peso, sem o mover, não fazemos *trabalho*?

sustenta: acaba distribuída no nosso corpo e pode manifestar-se por um aumento de temperatura local. Por isso é correcto dizer que o trabalho *realizado sobre a carga* é nulo. No artigo *Funcionamento dos músculos* [3], disponível no portal do projecto Faraday, está uma explicação mais detalhada deste processo.

2.7.2 Forças perpendiculares ao deslocamento

Até ao momento só considerámos o cálculo de trabalho em situações em que a força tem a direcção do deslocamento. Mas nem sempre isso acontece. Nos dois exemplos seguintes, as forças são perpendiculares aos deslocamentos. Como veremos, nesse caso o trabalho é nulo.

Movimentos de planetas ou satélites.

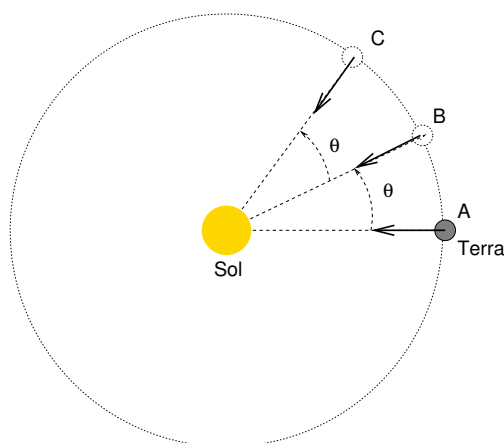


Figura 2.13: Os trabalhos realizados entre A e B e entre B e C são iguais. Serão diferentes de zero?

Sabemos que os planetas se movem em torno do Sol sob a acção da força gravítica. As órbitas dos planetas são quase circulares, com centro no centro do Sol. No 9º ano aprendemos que a força gravítica que o Sol exerce nos planetas tem a direcção do raio da órbita, com sentido dirigido para o centro do Sol. O deslocamento do planeta é, em cada instante, perpendicular à força. Será que esta força realiza trabalho?

Reparemos no esquema da Fig 2.13. Suponhamos que entre os dois pontos A e B a força gravítica do Sol realizava um trabalho

w sobre o planeta. Evidentemente, o trabalho entre B e C seria o mesmo, uma vez que o ângulo percorrido é o mesmo, o valor da força é o mesmo, o ângulo com o deslocamento também, etc. O trabalho numa rotação completa seria

$$W = w \times \frac{360}{\theta}$$

pois $360/\theta$ é o número de ângulos iguais a $AB(\theta)$ em que podemos dividir o arco completo (360°).

Mas, para uma revolução completa, o trabalho realizado tem que ser nulo; o planeta ocupa a mesma posição com a mesma velocidade. Logo $W = 0$ e $w = 0$. Como os pontos A e B são quaisquer, temos que concluir que o trabalho de uma força perpendicular ao deslocamento é nulo.

Movimento horizontal de um corpo sobre uma superfície.

Quando um carrinho se desloca sobre o tampo horizontal de uma mesa o seu peso é cancelado pela reacção normal da mesa. Se não houver atrito, estas são as únicas forças sobre o carrinho. Será que realizam trabalho?

A pergunta parece pouco interessante. Mesmo que a resposta fosse sim, os trabalhos do peso e da reacção da mesa devem cancelar-se, pois as forças têm sentidos opostos e o mesmo valor. Por isso a energia do carrinho não deve variar. Com efeito, se não houver atrito, ele mantém sempre a mesma velocidade.

No entanto, ao contrário do que parece à primeira vista, supor que os trabalhos do peso, w_p , e da reacção normal, w_n , são diferentes de zero, mesmo que a sua soma seja zero, $w_p + w_n = 0$, tem consequências. O peso é uma força exercida pela Terra; a reacção normal é exercida pela mesa. Se, por exemplo, $w_p > 0$, há transferência de energia entre a Terra e o carrinho. Sendo $w_n = -w_p$, teremos $w_n < 0$: isto implica uma transferência de energia entre o carrinho e a mesa. Ou seja, haveria energia a passar da Terra para o carrinho e deste para a mesa. Mas não há qualquer evidência dessa passagem; não há alteração do estado da mesa que indique que está a receber energia quando um carrinho desliza sobre ela sem atrito.

Estes dois exemplos permitem-nos concluir com confiança:

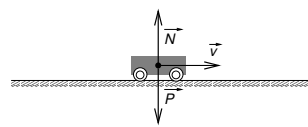


Figura 2.14: O trabalho da reacção normal da mesa e do peso serão diferentes de zero?

Quando uma **força é perpendicular ao deslocamento** o trabalho realizado pela força é **nulo**.

2.8 Forças e deslocamentos não colineares

Discutimos os casos de forças colineares e ortogonais a deslocamentos. Para completar, podemos agora considerar o caso geral em que a força e o deslocamento definem um ângulo qualquer. Este tópico será estudado de novo, com mais pormenor, no 11º ano.

2.8.1 Trabalho e energia num “escorrega”

Os parques aquáticos têm como principal motivo de atracção os “escorregas”. Um fio de água reduz o atrito entre a superfície do “escorrega” e os seus utilizadores, que podem assim atingir velocidades suficientemente elevadas para fazer correr a adrenalina. Mas qual é realmente a velocidade que se pode atingir ao descer um escorrega?

Tomemos o comprimento do escorrega como sendo d e o desnível entre o início e o fim como sendo h (ver Fig. 2.15). Valores típicos são $h = 8\text{ m}$ e $d = 20\text{ m}$. Começemos por considerar este problema do ponto de vista de conservação de energia.

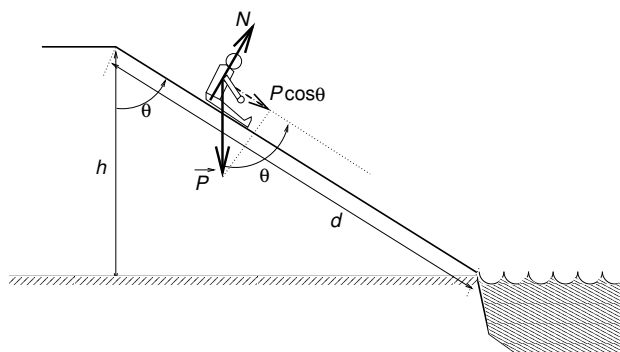


Figura 2.15: Num escorrega as forças sobre o utilizador são a reacção normal da superfície e o peso do cliente. Os escorregas são desenhados para reduzir o atrito, a componente da força da superfície paralela a esta.

Sendo a velocidade inicial nula, a energia inicial é potencial gravítica. Tomando a altura final como nível de referência ($z_f = 0$), a energia inicial é

$$E = mgh$$

em que m é a massa do utilizador do “escorrega”. No fim da descida a energia é

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgz_f = \frac{1}{2}mv^2.$$

Se a energia se conserva, teremos

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

ou

$$v^2 = 2gh.$$

Para $h = 10\text{ m}$ obtemos $v = 14,1\text{ m s}^{-1} = 51\text{ km h}^{-1}$.

Trabalho na descida de um escorrega

O cálculo anterior, que como veremos está efectivamente correcto, pode, no entanto, levantar algumas interrogações:

- Neste movimento há deslocamento horizontal, não apenas vertical. A expressão da energia potencial gravítica, $E_p = mgz$, continua a ser válida quando as coordenadas x e/ou y variam também, além de z ?
- A força exercida pela superfície do escorrega não realiza trabalho? Se a resposta for sim, a energia total da pessoa que desce, potencial gravítica mais cinética, varia.

Comecemos por responder à segunda pergunta.

Uma força, tal como um deslocamento rectilíneo, é caracterizada não apenas por um módulo (intensidade), mas também por uma direcção e um sentido: é uma grandeza vectorial. Isto significa, entre outras coisas, que podemos decompor uma força segundo duas direcções arbitrárias, desde que não sejam colineares. Por exemplo, a força \vec{F} da Fig. 2.16 pode ser decomposta nas forças \vec{F}_{\parallel} e \vec{F}_{\perp} , usando o método habitual de projecção de vectores: o efeito da força \vec{F} é o mesmo que teriam, em conjunto, as forças \vec{F}_{\parallel} e \vec{F}_{\perp} .

Quando um corpo desliza sobre uma superfície esta exerce sobre o corpo uma força com duas componentes:

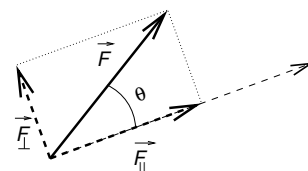


Figura 2.16:
Decomposição de uma
força segundo direcções
perpendiculares.

- i) uma perpendicular à superfície, que impede o corpo de se movimentar para dentro da superfície, chamada reacção normal. O seu sentido (a não ser que a superfície tenha cola) é para o exterior.
- ii) uma paralela à superfície, com sentido oposto ao deslocamento, a força de atrito.

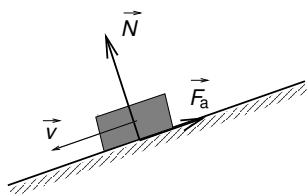


Figura 2.17: A força de contacto que a superfície exerce sobre o corpo tem uma componente normal, \vec{N} , e uma componente paralela à superfície de contacto, \vec{F}_a , a força de atrito.

Os escorregas são desenhados para reduzir o mais possível esta segunda componente. No caso ideal só existe a reacção normal e, como vimos atrás, uma força perpendicular ao deslocamento não realiza trabalho.

Sendo assim, só o peso do utilizador do escorrega realiza trabalho. Se decomposermos o peso segundo a direcção do deslocamento, \vec{P}_{\parallel} , e segundo a direcção perpendicular, \vec{P}_{\perp} , só a primeira realiza trabalho. Como \vec{P}_{\parallel} é colinear com o deslocamento já sabemos calcular o respectivo trabalho.

Se for θ o ângulo entre a vertical e o plano do escorrega (ver Fig. 2.15), o módulo de \vec{P}_{\parallel} é $P \cos \theta = mg \cos \theta$. O trabalho realizado pelo peso é

$$w_p = P_{\parallel} \times d = mg \cos \theta \times d.$$

Como $\cos \theta = h/d$ obtemos

$$w_p = mgh.$$

A variação de energia cinética é o trabalho do peso, já que a reacção normal da superfície não realiza trabalho,

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh.$$

Este é exactamente o resultado que tínhamos obtido por conservação de energia.

A expressão da energia potencial gravítica $E_p = mgz$ continua a ser válida no caso geral em que o deslocamento não é na vertical. O trabalho da componente do peso paralela ao deslocamento é $mgd \cos \theta$, em que θ é o ângulo entre o deslocamento e a direcção vertical, sentido descendente. Ora, $d \cos \theta = -\Delta z$, o simétrico da variação da altura, o que dá $w_p = mg\Delta z$. Se recordarmos que $w_p = -\Delta E_p$, vemos que de facto $\Delta E_p = mg\Delta z$.

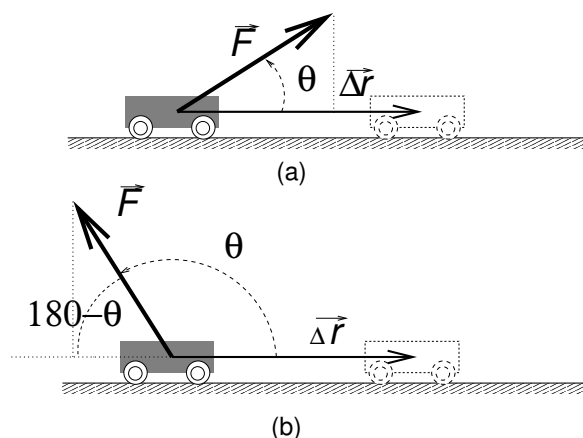


Figura 2.18: No caso (a) o trabalho da força é positivo (o carrinho recebe energia), no caso (b) negativo (cede energia). Em qualquer dos casos é dado por $F\Delta r \cos \theta$ em que F e Δr são os módulos da força e do deslocamento, respectivamente.

2.8.2 Trabalho de forças não colineares com deslocamento

Este exemplo mostrou-nos como podemos calcular o trabalho quando as forças e os deslocamentos não são colineares. Temos apenas de calcular o trabalho da componente da força na direcção do deslocamento.

No caso da Fig. 2.18-a o módulo da projecção da força na direcção do deslocamento, F_{\parallel} , é

$$F_{\parallel} = F \cos \theta$$

em que F é o módulo da força. O trabalho da força é

$$(F \cos \theta) \Delta r = F \Delta r \cos \theta$$

em que Δr é o módulo do deslocamento.

No segundo caso, o módulo da projecção da força na direcção do deslocamento é

$$F_{\parallel} = F \cos(180 - \theta) = -F \cos \theta$$

($\cos \theta$ é negativo, pois $\theta > 90^\circ$). O trabalho é

$$w = -F \cos(180 - \theta) \Delta r = F \Delta r \cos \theta.$$

Em resumo, sendo θ o ângulo entre uma força constante de módulo F e o deslocamento de módulo Δr , o trabalho da força é

$$w = F\Delta r \cos \theta.$$

Atenção: esta definição só está correcta se θ for o ângulo entre os sentidos da força e do deslocamento (ver Fig. 2.18). Se alguma vez isto parecer confuso, basta recordar:

se a força contribuir para aumentar a velocidade na direcção do deslocamento, o trabalho é positivo e a energia aumenta. Se a força retardar o movimento, o trabalho é negativo e a energia diminui.

2.9 Actividades, questões e problemas

2.9.1 Actividades

2.1. Lançamento de bola

Atirar uma bola (ténis) e apanhá-la outra vez, suavemente.

- Quais são os sistemas em interacção?
- Quando é que a bola recebe energia da mão e quando é que cede?
- Representar num gráfico (esquemático) a velocidade e a energia da bola durante a interacção.
- Em alguns momentos da interacção, representar em esquema as forças da mão sobre a bola.
- Identificar o sentido da transferência de energia entre a mão e a bola no lançamento e na recepção. Relacionar o sentido de transferência de energia com os sentidos relativos de força e deslocamento no lançamento e na recepção da bola.

2.2. Compressão/distensão de uma mola

Pegar numa mola com as mãos, distendê-la e comprimi-la.

- A energia da mola aumentou ou diminuiu?
- Qual o sistema que transferiu energia para a mola?
- Qual a direcção e o sentido da força sobre a mola?
- Qual a direcção e o sentido do deslocamento do ponto onde foi aplicada a força?

- (e) Relacionar as respostas às alíneas anteriores com o conceito de trabalho como transferência de energia.

2.3. Máquinas simples

Exploração do funcionamento de máquinas simples do ponto de vista de conservação de energia. Ver Ficha de actividade A4.

2.4. Conservação de energia em queda livre.

Medição da velocidade em função da altura de queda de um corpo. Ver Ficha de Actividade A5.

2.5. Trabalho de forças variáveis

Como se calcula o trabalho de uma força se esta variar durante o deslocamento? Ver Ficha de Actividade A6.

2.9.2 Problemas

Nos problemas seguintes, a não ser que explicitamente indicado, tome o valor da aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m s}^{-2}$.

2.1. Joule-lunar

Um **joule-lunar**, unidade inventada pelo Dr. E. X. Cêntrico, é a energia necessária para elevar um peso de um **newton**, de uma distância de um metro na superfície da Lua (peso medido na Lua, onde $g \approx 1,7 \text{ m s}^{-2}$).

- (a) Quantos **joule** vale um **joule-lunar**?
- (b) Se o Dr. E. X. Cêntrico tivesse definido o **joule-lunar** como a energia necessária para elevar 100 g de um metro na superfície da Lua, quantos **joule** valeria?

2.2. Trabalho na Lua

Elevar um dado corpo na Terra necessita de um trabalho de 10 kJ. Que trabalho é necessário para o elevar da mesma distância na Lua? ($g_{lua} \approx 1,7 \text{ m s}^{-2}$).

2.3. Estimativas de energias cinéticas.

Estimar energias cinéticas de translação de diversos corpos. Para fazer algumas destas estimativas pode ser necessário pesquisar alguns valores de massas e velocidades. O objetivo não é ter um valor exacto mas uma ordem de grandeza.

- (a) uma bola de um desporto (ténis, futebol, vólei, etc);

- (b) uma bala de pistola;
- (c) um atleta em corrida de 100 m;
- (d) um ciclista e um automóvel ligeiro, ambos a 40 km h^{-1} ;
- (e) um meteoro de 1 kg com a velocidade de escape 11 km s^{-1} (a velocidade a que atingiria a superfície da Terra se caísse de uma distância infinita no campo gravítico da Terra);
- (f) a Terra no seu movimento orbital;
- (g) um protão a $1/10$ da velocidade da luz;

2.4. Empurrar um carro

É muito mais difícil pôr um automóvel em movimento, partindo do repouso, do que mantê-lo em movimento, com uma velocidade constante.

- (a) Qual é o trabalho necessário para pôr o automóvel em movimento ($v \approx 1,5 \text{ m s}^{-1}$, $m = 1000 \text{ kg}$), partindo do repouso, se ignorarmos os atritos?
- (b) Qual é o trabalho necessário para manter o automóvel em movimento, se ignorarmos os atritos?

2.5. Saltos plataforma de 10 m

Calcular a velocidade com que um saltador de plataforma de 10 m entra na água. Supor que cai na vertical, sem velocidade inicial, e que tem uma massa de 70 kg. E se for uma criança de massa 45 kg?

2.6. Queda de bola de ping-pong

Numa medição cuidadosa, verifica-se que a velocidade de uma bola de ping-pong ($m = 2 \text{ g}$), ao fim de uma queda de 2 m de altura, é de $5,66 \text{ m s}^{-1}$ ($g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$).

- (a) Qual seria a velocidade se houvesse conservação de energia, potencial gravítica mais cinética?
- (b) Qual foi o trabalho das forças de resistência do ar durante a queda?

2.7. Velocidade de projecteis

Um revólver, como os usados pela polícia norte-americana, dispara projecteis de massa $m = 7,4 \text{ g}$ com uma velocidade de saída da arma de 303 m s^{-1} .

- (a) Qual é a energia cinética de uma bala à saída da arma?

- (b) Se a bala for disparada na vertical e pudermos desprezar a resistência do ar, que altitude atingiria? Ao cair, seria mais ou menos perigosa que ao sair da arma?
- (c) Na prática, o efeito da resistência do ar, é muito importante para projecteis a altas velocidades: a bala só sobe cerca de 500m. Qual foi o trabalho das forças de resistência do ar na subida? Obter uma estimativa, por excesso, da velocidade da bala ao atingir de novo o solo.

2.8. Distância de paragem

A distância de travagem de um veículo é aproximadamente proporcional à respectiva energia cinética. Se um automóvel a 30 km h^{-1} consegue parar em 10m, qual é a distância de paragem se a sua velocidade for o dobro, 60 km h^{-1} ?

2.9. Potência de uma atleta

Ao correr, uma atleta consome parte das suas reservas energéticas. A energia por unidade de tempo que o seu corpo disponibiliza para a tarefa de corrida é a potência da atleta. Seja essa potência P em esforço máximo, para uma atleta de 55 kg.

- (a) Se correr em esforço máximo 400m em trajecto plano, ou os mesmos 400m com uma subida de 20 m em qual dos casos dispendirá a atleta mais energia?
- (b) Que energia adicional tem que fornecer para elevar a sua altura de 20m relativamente à posição inicial ?
- (c) Se a potência em esforço máximo é a mesma nas duas corridas, como pode a energia dispendida aumentar?
- (d) A atleta demora mais 9 s na segunda corrida do que na primeira. Qual é sua potência de esforço máximo?

2.10. Energia Hidroeléctrica

Numa barragem hidroeléctrica é armazenada água a uma certa altitude. Para produzir energia a água cai para uma cota mais baixa e acciona as turbinas. A energia de rotação das turbinas origina corrente eléctrica. Temos um exemplo claro de energia potencial gravítica como “fonte” de energia.

- (a) Se o desnível entre a cota inicial e final for de 50 m, qual é a máxima energia que é possível produzir por m^3 de água descarregada?

- (b) Para um caudal de descarga de $200 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ qual é a energia máxima produzida por segundo? Qual a potência em MW?
- (c) Por que é que se usou a designação *máxima* nas alíneas a) e b)?
- (d) No capítulo 1, refere-se que são necessários em média 15 m^3 de água por quilowatt-hora (kWh) de energia produzida. A que altura de queda efectiva corresponde este valor?

2.11. O salto *bungee* (1)

Num salto *bungee* podemos distinguir as seguintes fases abaixo enumeradas. Para cada uma delas discutir as variações de todos os termos que constituem a energia total do sistema: se aumentam, se diminuem, ou se se mantêm constantes.

Fase 1: desde o início até os elásticos começarem a esticar.

Fase 2: desde que os elásticos começam a esticar até terminar a queda.

Fase 3: durante o período em que os elásticos se contraem de novo até ao seu comprimento sem tensão.

Fase 4: em que o saltador está de novo apenas sujeito à força gravítica.

2.12. O salto *bungee* (2)

Quando o saltador chega à posição em que os elásticos começam a esticar (altura h_1 , ver Fig. 2.11), a sua velocidade começa a diminuir, continua a aumentar ou passa a ser constante? Justificar.

2.13. O salto *bungee* (3)

Um elástico *bungee* com uma constante elástica $k = 100 \text{ N m}^{-1}$ tem um comprimento, sem tensão, de 10 m. O elástico está suspenso a 30 m de altura.

- (a) O salto é seguro para uma criança com uma massa de 40 kg?
- (b) E para um adulto com massa de 80 kg?

2.14. O arco e flecha

A relação entre o módulo da força que um arqueiro exerce, F , e a distância, x , que deslocou para trás a corda do arco é quase linear, $F = kx$. Dados de um arco concreto são

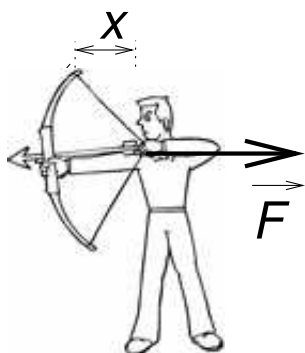


Figura 2.19: O arqueiro puxa a seta de uma distância x .

$F = 171 \text{ N}$ para um deslocamento de 43 cm . A massa de uma flecha é de $20,1 \text{ g}$ [7].

- (a) Qual é o trabalho realizado pelo arqueiro para tensionar o arco?
- (b) Se a flecha partir com toda a energia elástica armazenada no arco, com que velocidade partirá?
- (c) Na realidade a eficiência de uma arco moderno de competição anda à volta de 70% . Isto é, só cerca de 70% da energia fornecida no acto de tensionar o arco acaba como energia cinética da flecha. Qual é a velocidade de saída da flecha?

2.15. Saltos de esqui

Os esquiadores podem sair de uma rampa de salto de esqui a uma velocidade de cerca de 90 km h^{-1} . O ângulo da rampa com a horizontal é cerca de 30° . Com estes dados e supondo que a força de atrito da rampa é desprezável calcular:

- (a) O desnível entre a posição de partida e a posição onde é iniciado o salto, h .
- (b) O comprimento da rampa de saída;
- (c) Que dado é necessário para poder calcular o trabalho do peso do esquiador durante a descida da rampa para o salto?

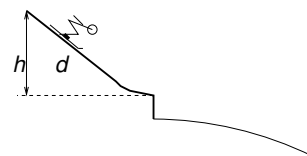


Figura 2.20: Salto de esqui.

2.16. Um avião, voando 300 m de altitude, a uma velocidade de 400 km h^{-1} , larga uma bomba de 200 kg .

- (a) Qual é a energia cinética da bomba ao ser largada?
- (b) Qual é a energia cinética da bomba ao atingir o solo, se ignorarmos a resistência do ar?

2.17. Saltos de moto

Um motociclista executa um salto, subindo uma rampa que faz um ângulo de 15° com a horizontal. A sua velocidade à saída da rampa é de 90 km h^{-1} . No seu voo, sobe até 2 m acima do topo da rampa (medidos na vertical). Que velocidade tem o motociclista ao passar a essa altura máxima?

2.18. Mentira desmascarada por um físico.

Um condutor causou um acidente ao entrar num cruzamento a 60 km h^{-1} . Disse em tribunal que estava parado no seu

carro a 50 m do cruzamento e que ficou sem travões; como a rua descia, o carro embalou e ele nada pôde fazer. Um investigador da companhia de seguros foi ao local, fez uma medição e provou que o condutor estava a mentir.

- (a) Que medição fez o perito?
- (b) Que inclinação² teria que ter a estrada para que o perito não pudesse tirar a conclusão que tirou?

2.9.3 Desafios

2.1. Consumo automóvel

A força de resistência do ar ao movimento de um automóvel pode calcular-se pela seguinte expressão

$$F = c\rho Av^2$$

em que:

- c é o coeficiente aerodinâmico, sem dimensões, e vale entre $0.3 \sim 0.4$.
 - ρ é a massa volúmica do ar;
 - A é a área da secção recta do automóvel;
 - v é a velocidade do automóvel.
- (a) Para um automóvel que se desloca a 90 km h^{-1} qual é a energia transferida devido à resistência do ar em 1 h de viagem ($c = 0,35$)? (estimar a área da secção recta).
 - (b) Se o consumo de gasolina for essencialmente devido a esta transferência, e o automóvel gastar 7 litros de combustível aos 100 (km), em terreno horizontal, qual será o consumo se o automóvel fizer um trajecto de uma hora, à mesma velocidade de 90 km h^{-1} , mas com uma subida de 1000 m ?
 - (c) Na realidade, se o motor funcionar, o automóvel consome gasolina mesmo parado. Calcular o consumo na subida, conhecendo:
 - i. o consumo C_1 com o automóvel parado, mas com o motor a funcionar em regime semelhante ao que é necessário para obter 90 km h^{-1} ;

²Em Portugal, a inclinação, i , de uma estrada é dada em percentagem do seguinte modo: $i = 100 \times (h/d)$ em que h é variação de altitude para um troço de estrada de comprimento d .

- ii. o consumo C_2 em terreno horizontal a 90 km h^{-1} .

2.2. Tempos de subida e descida

Se um corpo é lançado na vertical verifica-se que o tempo que demora até atingir a altura máxima é igual ao tempo que demora a descer à altura de lançamento, se não houver resistência do ar.

- (a) Porquê? Que relação tem esse facto com a conservação de energia?
- (b) E se houver resistência do ar, os dois tempos continuam a ser iguais? Se não, qual é o maior: o de subida ou de descida?

Sugestão: pensar na velocidade com que o corpo passa a uma dada altura na subida e na descida.

Capítulo 3

Colisões

3.1 Colisões em Física

Na fronteira entre a França e a Suíça, junto ao Lago Genebra, existe um túnel de 27 km de comprimento. Não serve para apressados motoristas atravessarem complicadas passagens de montanha com mais rapidez. Se o percorremos integralmente, voltaremos ao lugar de partida: é um anel. Faz parte do maior laboratório de Física de partículas do mundo, o CERN.



Figura 3.1: Fotografia aérea do CERN, junto ao lago Genebra. Estão marcados na foto alguns dos anéis aceleradores deste laboratório. O maior ocupa um túnel de 27 km de perímetro [2].

O túnel está repleto de material científico, magnetos, câmaras de radio-frequência, detectores. No interior de um tubo de alto vácuo,

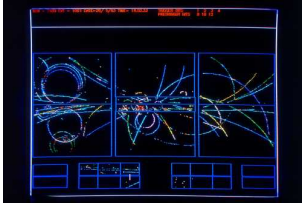


Figura 3.2: Exemplo de um evento registado no CERN. As trajectórias das partículas são reconstruídas por computadores a partir de sinais electrónicos nos detectores[2].

circularam¹ os únicos viajantes deste túnel, electrões e positrões, guiados e acelerados até velocidades próximas da luz, por uma combinação judiciosa de campos eléctricos e magnéticos. Para quê?

Os electrões (carga negativa) e os positrões (carga positiva) eram acelerados no túnel em sentidos opostos. Em alturas determinadas, os dois feixes colidiam em zonas do anel equipadas com detectores de partículas. As enormes quantidades de energia dos feixes materializavam-se em partículas que emergiam da zona da colisão, para serem detectadas e medidas nos detectores. Foram conseguidas, por este processo, várias descobertas muito importantes, sobre a constituição mais fundamental da matéria.

O uso de colisões para estudar a constituição da matéria e as interacções entre os seus constituintes é, contudo, muito anterior à construção de aceleradores de partículas como os do CERN. Em 1911, Ernest Rutherford, um físico neo-zelandês, a trabalhar em Inglaterra, descobriu a existência do núcleo atómico, estudando o modo como as partículas α eram desviadas em colisões com átomos de uma folha de ouro.

Há uma enorme quantidade de conceitos de física envolvidos na análise das colisões do CERN, ou mesmo nas mais modestas colisões estudadas por Rutherford. Neste capítulo, far-se-á apenas uma muito breve introdução a conceitos relacionados com a conservação de energia em colisões.

3.1.1 O que é uma colisão?

O que é uma colisão entre duas bolas de bilhar? As bolas aproximam-se uma da outra, cada uma movendo-se como se a outra não existisse, até se tocarem. Depois afastam-se com velocidades modificadas. A interacção entre elas parece ser instantânea, ou, pelo menos, ter uma duração tão curta, que dela não nos apercebemos. A colisão de uma bola de basquetebol com o solo é semelhante.

Estes exemplos poderiam levar-nos a associar a noção de colisão a uma interacção de contacto muito breve. Mas, o conceito de “contacto” não existe ao nível atómico. O tamanho de um átomo, cerca de $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$, é essencialmente determinado pela distância a que os electrões se movem em torno do núcleo; o átomo é,

¹Neste momento não correm experiências, porque este túnel está a ser modificado para instalar um novo acelerador de partículas, o LHC, Large Hadron Collider, previsto para entrar em funcionamento em 2007.

■ Equação de Einstein ■

Além do princípio de conservação de energia, que temos discutido, existe um outro, descoberto há mais tempo, que é a lei de conservação de massa, de Lavoisier. Se as partículas que constituem a matéria (elétron, próton, neutrão, etc) existissem para sempre, a lei de conservação de massa seria uma consequência de o número destas partículas ser constante. Sabemos, hoje, que é possível criar e destruir partículas, transformá-las em outras partículas ou em radiação.

Einstein descobriu que não havia duas leis de conservação separadas, massa e energia, mas apenas uma. Aos termos de energia que já conhecemos, associados a movimento, ou interações, juntou um termo, para cada partícula de massa m , chamado a energia em repouso e dada pela mais célebre fórmula da Física:

$$E = mc^2,$$

em que c é a velocidade da luz.

A massa não é conservada (as partículas podem ser destruídas e criadas) mas a energia total é, se incluirmos os termos de energia em repouso.

Nas colisões electrão-positrão dos aceleradores do CERN, as energias cinéticas do electrão e do positrão são tão elevadas (velocidades próximas da luz), que é possível criar um grande número de partículas, de massa muito mais elevada que as do electrão ou do positrão. Se a massa total das partículas emergentes da colisão for M , a conservação de energia implica que

$$2m_e c^2 + E_c = M c^2 + E'_c,$$

em que E_c é a energia cinética total do electrão e positrão que colidem e E'_c é a energia cinética total das partículas que resultam da colisão, mais a energia da radiação.

Como explicar, então, a lei de Lavoisier? As partículas mais leves que se conhecem são os electrões e positrões. Para criar um par (não é possível criar um electrão sem criar um positrão), é necessário dispor de uma energia de:

$$2m_e c^2 = 2 \times 9,1 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^8)^2 = 1,6 \times 10^{-13} \text{ J} = 10^6 \text{ eV}.$$

Nas reacções químicas entre duas moléculas são libertadas energias da ordem de 1 eV. Nunca há energia suficiente para criar, sequer, a partícula mais leve. Daí que a massa seja conservada. Mas se a energia for suficientemente elevada, ou se juntarmos uma partícula com a sua anti-partícula, como nos aceleradores do CERN, isso deixa de ser verdade.

Caixa 3.1: Relação de Einstein e conservação de energia.

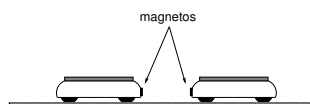


Figura 3.3: Os magnetos impedem os carros de se aproximarem demasiado.

sobretudo, espaço vazio. As forças que os átomos (neutros) exercem uns sobre os outros são muito fracas, quando as distâncias são grandes comparadas com o tamanho atómico, mas tornam-se muito fortes, e repulsivas, quando a distância é da ordem, ou menor, que o tamanho atómico. Por isso nos parece que objectos como bolas de bilhar só interagem quando se tocam.

No outro extremo, os astrofísicos estudam colisões entre galáxias, em que as distâncias entre as estrelas que as compõem são da ordem do tamanho de uma galáxia e a colisão pode durar 100 milhões de anos.

Na actividade 3.2, observam-se colisões entre carros, numa calha de alumínio, sem que estes realmente se toquem. Na extremidade de cada carro existem dois magnetos. Quando os carros se aproximam demasiado, as forças repulsivas entre os magnetos tornam-se elevadas e, num curto intervalo de tempo, o movimento dos carros é alterado. Se os carros não se tocam, será que deveremos chamar a isto uma colisão?

Quando se reflecte um pouco em todos estes exemplos, chegamos à conclusão que, o que importa, realmente, neste tipo de interacção, é que existe um tempo durante o qual os objectos se movem independentemente um do outro, sem forças mútuas; depois interagem durante um intervalo de tempo limitado e finalmente emergem da interacção (eventualmente modificados), de novo livres de interacções mútuas.

Em resumo, o que caracteriza uma colisão, é que há um *antes* e um *depois* em que o movimento é fácil de descrever porque não há interacções.

▷ Actividade 3.1

Por esta razão, princípios de conservação, como o da energia, são muito importantes na análise e discussão de colisões. O que acontece durante a colisão, pode ser complexo e extremamente difícil, ou impossível, de descrever. Mas as grandezas conservadas, como a energia, não podem mudar e permitem-nos relacionar os estados inicial e final do sistema.

3.2 Conservação de energia em colisões

▷ Actividade 3.2

Para ser concreto, tomemos uma colisão entre dois carros como os da Actividade 3.2. Quando os carros estão afastados, não interagem. A respectiva energia potencial é constante, pois não há forças mútuas que possam realizar trabalho. Como vimos atrás,

podemos tomar essa constante como zero. A energia dos carros antes da colisão é cinética:

$$E = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2.$$

m_1 e m_2 são as massas dos dois carros e v_1 e v_2 as respectivas velocidades antes da colisão.

Se as velocidades *depois* da colisão forem v'_1 e v'_2 , a energia será:

$$E' = \frac{1}{2}m_1v'^2_1 + \frac{1}{2}m_2v'^2_2.$$

Havendo conservação de energia, teríamos:

$$E = E'.$$

Na Actividade 3.2 verifica-se que, em geral, isto não acontece. O mais frequente é ter-se $E' < E$, embora seja possível preparar situações em que se verifica o contrário². Vejamos exemplos:

- a) Se dois carros idênticos colidem com velocidades de módulo igual e sentidos opostos e ficam juntos (colados), a respectiva velocidade final é nula. Senão, repare-se: dois carros iguais, a mover-se com velocidades de módulo igual, um em direcção ao outro. Colidem e ficam juntos. Por que razão haveriam de se mover num sentido e não no sentido oposto? O único resultado compatível com a simetria da situação é uma velocidade final nula. Neste caso a energia cinética final é zero.
- b) Uma bola de basquete, vôlei, ou ténis, nunca sobe à altura inicial se for deixada cair sobre uma superfície rígida. Isso significa que perdeu energia cinética ao colidir com o solo. Se partiu do repouso, a sua energia inicial era $E = mgh$. Se atingir a altura h' , a sua energia é $E' = mgh'$ (a velocidade é nula no ponto de altura máxima). A maior parte da energia perdida, $mg(h - h')$, é devida à colisão com o solo.

Estas colisões, em que não há conservação de energia cinética, chamam-se inelásticas. As colisões entre objectos macroscópicos, em geral, são inelásticas, em maior ou menor grau. O que acontece à energia? Numa colisão inelástica não há conservação de energia?

²Eis um exemplo: prepara-se um carrinho com uma mola comprimida na extremidade. Se a mola for libertada na colisão a energia cinética do conjunto pode aumentar.

▷ Actividade 3.3

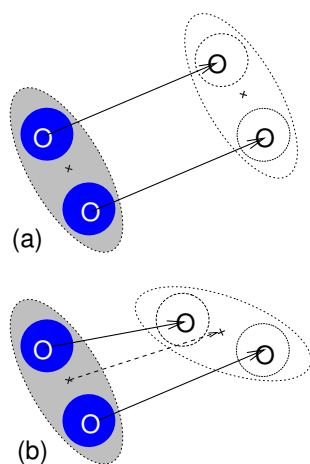


Figura 3.4: (a) Numa translação, os dois átomos de oxigénio têm o mesmo deslocamento e a mesma velocidade; (b) num movimento mais geral têm velocidades diferentes.

3.2.1 Movimento da molécula de O_2

Na Actividade 3.3 consideram-se vários exemplos de colisões inelásticas em que se torna evidente que a energia cinética perdida pode ser transferida para outros movimentos, que não o de translação do corpo.

Para compreender melhor esta situação, vamos considerar um corpo muito simples, a molécula de O_2 . Tem dois átomos de oxigénio à distância de $1,48 \text{ \AA}$. A massa da molécula é quase exclusivamente devida à massa dos dois núcleos, cujas dimensões são muito inferiores à da própria molécula. Assim, a energia cinética associada ao movimento da molécula é, no essencial, a energia cinética dos dois núcleos³:

$$E_{O_2} = \frac{1}{2}m_O v_1^2 + \frac{1}{2}m_O v_2^2. \quad (3.1)$$

Se as velocidades dos dois núcleos forem iguais (em módulo, direcção e sentido), a molécula tem um movimento dito de **translação**. Nesse caso podemos dizer que a velocidade da molécula é $v = v_1 = v_2$ e

$$E_{O_2} = \frac{1}{2}(2m_O)v^2 = \frac{1}{2}m_{O_2}v^2.$$

Mas, o movimento de translação é uma situação muito especial. Os átomos de oxigénio podem rodar ou oscilar em torno da posição média. As velocidades de cada átomo são, em geral, diferentes e $v_1 \neq v_2$. O que é, nesse caso, a **velocidade da molécula**?

3.2.1.1 Centro de massa

O ponto médio entre os dois núcleos (sobre o segmento que os une, a distância igual dos dois núcleos) é designado por **centro de massa** da molécula de O_2 . O movimento dos dois núcleos implica que o ponto médio entre eles também se desloque. Podemos tomar a sua velocidade, v_{cm} , como sendo a velocidade da molécula, como um todo.

A vantagem desta escolha particular é que a energia cinética total da molécula se pode escrever na forma⁴:

$$E_{O_2} = \frac{1}{2}m_{O_2}v_{cm}^2 + E'.$$

³A contribuição electrónica para a energia da molécula é importante e uma parte significativa dessa energia é energia cinética dos electrões. Mas essa energia só varia se houver uma mudança de estado electrónica, uma alteração da nuvem electrónica. Em geral, isso não acontece numa colisão entre duas moléculas ou com outros átomos a baixas energias.

⁴A demonstração deste resultado será feita no 11º ano.

O primeiro termo é exactamente o que esperaríamos, se a molécula fosse uma partícula simples, com movimento definido pela posição de um ponto. Isto é, se a molécula fosse uma **partícula material**. O segundo termo é a energia cinética dos núcleos no seu movimento relativo ao centro de massa. Ou seja,

$$E' = \frac{1}{2}m_O v_1'^2 + \frac{1}{2}m_O v_2'^2.$$

As velocidades v_1' e v_2' são medidas tomando como origem de coordenadas o centro de massa, ponto médio entre os dois núcleos.

Imaginemos agora uma colisão desta molécula com um átomo de Hélio, por exemplo, conforme se mostra na Fig. 3.5.

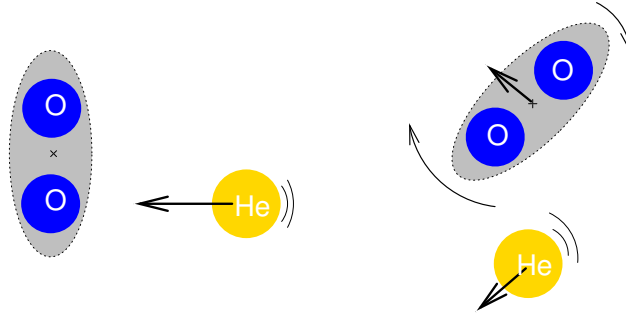


Figura 3.5: A molécula de O_2 , após a colisão, tem movimentos de rotação e de vibração, sobrepostos ao de translação.

Se não olharmos para “dentro” da molécula de O_2 , e seguirmos apenas o movimento do seu centro de massa, usando um modelo de partícula material, será de esperar que se conserve a energia cinética,

$$\frac{1}{2}m_{O_2}v_{cm}^2 + \frac{1}{2}m_{He}v_{He}^2?$$

Na geometria da Fig. 3.5, a molécula de O_2 terá, certamente, um movimento de rotação em torno do seu centro; a sua energia cinética total não será apenas o termo associado ao movimento do centro de massa. Em geral, haverá até uma oscilação dos dois núcleos em torno da posição de equilíbrio e teremos uma contribuição de energia potencial, resultante da interacção entre eles. A equação do balanço da energia terá de incluir *todos os termos que podem variar na interacção*:

$$\frac{1}{2}m_{He}v_{He}^2 + \frac{1}{2}m_{O_2}v_{cm}^2 + E' + E_p = \text{const.}$$

▷ **Partícula material:** um sistema físico numa situação em que o seu movimento pode ser descrito pela posição de um ponto.

Em resumo: não há conservação da soma das energias cinéticas do átomo de hélio e da molécula de O_2 , considerados como partículas materiais. Mas há conservação de energia quando levamos todos os movimentos em consideração.

3.2.2 Energia cinética de translação e centro de massa

Veremos no 11º ano que o conceito de **centro de massa** é aplicável a qualquer sistema complexo de massas, desde um átomo até uma galáxia. Trata-se de um ponto cuja posição é determinada, em cada instante, pelas posições das massas do sistema e cuja velocidade, \vec{v}_{cm} , permite a seguinte decomposição da energia cinética total do corpo:

A energia cinética total de um corpo pode escrever-se na forma:

$$E_c = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2 + E'$$

em que:

- M é a massa total do corpo;
- \vec{v}_{cm} é a velocidade do centro de massa;
- E' é a energia cinética de movimento relativo ao centro de massa.

Para objectos geometricamente regulares, com distribuição simétrica de massa (esferas, cilindros, cubos), a posição do centro de massa coincide com o centro geométrico do corpo. Não vamos, de todo, considerar situações mais complexas.

O termo de energia cinética associado ao movimento do centro de massa é designado por **energia cinética de translação**.

3.2.3 O modelo de partícula material

Mesmo sem o sabermos, usámos, em todo o capítulo 2, um modelo de partícula material para descrever o movimento dos corpos. Ao falarmos na **velocidade de um corpo** estamos a supor que

o seu movimento pode ser descrito pela variação de posição de um ponto. Os corpos macroscópicos podem ter movimentos muito mais complexos. Aquilo a que chamamos energia cinética de um corpo era, realmente, apenas a energia cinética de translação, determinada pelo movimento do centro de massa. Se só esse termo variar num determinado processo, o modelo de partícula material é apropriado.

Por exemplo, no movimento orbital da Terra em torno do Sol, é muito boa aproximação considerar apenas as variações de energia associadas ao movimento de centro de massa da Terra: o modelo de partícula material é aplicável. Já numa colisão de uma molécula de O_2 com um átomo de He, este modelo pode não ser adequado.

Estes exemplos mostram que o modelo de partícula material nada tem a ver com o tamanho ou a complexidade do sistema. Tem apenas a ver com o facto de, em muitas situações, as variações de energia poderem ser caracterizadas em termos do movimento do centro de massa.

A energia cinética de translação, $Mv_{cm}^2/2$, é apenas um dos termos associados ao movimento de um corpo. Quando dois corpos interagem, em geral, a soma das respectivas energias cinéticas de translação não se conserva, podendo haver transferência de energia do movimento de translação de cada um dos corpos para outros tipos de movimento. É isto que se passa numa colisão inelástica.

3.2.4 Coeficiente de restituição

Numa colisão, que quantidade de energia cinética pode ser transferida para outros modos? Toda? Só uma parte?

Na Actividade 3.2 investigamos colisões entre dois carros de iguais massas, m . Algumas são colisões fortemente inelásticas: perde-se uma parte substancial (ou mesmo a totalidade) da energia cinética.

Temos duas maneiras de escrever a energia cinética dos dois carros (ver Caixa 3.2) :

a) Como a soma das energias de cada um dos carros:

$$E_c = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2.$$

b) Como a soma da energia cinética de translação do **sistema dos dois carros** com a energia cinética de movimento relativo

■ Cálculos de energia cinética de translação ■

Exemplo 1: Se os dois carros se aproximam um do outro com velocidades de sentido oposto e igual módulo, v , a energia cinética total é

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mv^2.$$

O centro de massa (ponto médio entre os dois carros) não se move, porque os carros deslocam-se a mesma distância em tempos iguais. Assim, $v_{cm} = 0$. A energia cinética de translação do **sistema** de dois carros é nula. Toda a energia cinética é de movimento relativo:

$$E' = E_c.$$

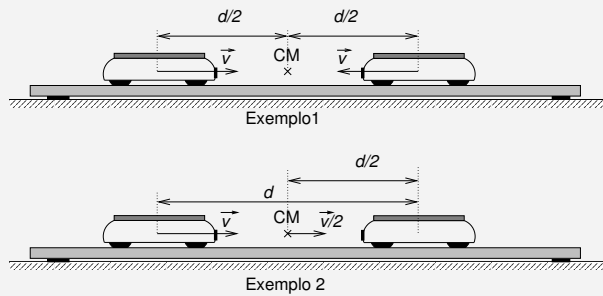
Exemplo 2: Se um dos carros está parado e o outro se aproxima com velocidade v , a energia cinética total é

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2.$$

Quando o carro em movimento avança de x , o ponto médio entre os dois carros avança de $x/2$. Logo, a velocidade do centro de massa é $v/2$. A energia cinética de translação é

$$E_{tr} = \frac{1}{2}(2m) \left(\frac{v}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}mv^2$$

ou seja, metade da energia cinética total.



Caixa 3.2: Exemplos de cálculo da energia cinética de translação de um sistema de dois corpos.

ao centro de massa (que é o ponto médio entre os carros, como no caso da molécula de O_2):

$$E_c = \frac{1}{2}(2m)v_{cm}^2 + E'$$

É muito importante distinguir a energia de translação do **sistema dos dois** carros, da soma das energias cinéticas de translação de cada carro.

Para dois carros iguais, a posição do centro de massa do sistema é o ponto médio entre os dois carros. A velocidade do centro de massa do sistema é a velocidade desse ponto. Por exemplo, se os carros se aproximarem um do outro com velocidades de módulo igual, v , o ponto médio entre eles não se desloca: $\vec{v}_{cm} = 0$ e a energia cinética de translação do **sistema** é nula (ver Caixa 3.2 da página 68). Mas a energia cinética de translação de cada carro é $mv^2/2$.

Veremos, no 11º ano, que as leis do movimento de Newton implicam a conservação da **energia cinética de translação de um sistema isolado** (os dois carros no nosso exemplo). *A única parte que pode variar numa colisão é a energia cinética de movimento relativo ao centro de massa, E' .*

É habitual caracterizar o grau de inelasticidade de uma colisão pelo respectivo **coeficiente de restituição**, e , definido do seguinte modo. A razão entre as energias cinéticas de movimento relativo depois e antes de uma colisão, E'_f e E'_i , é o quadrado de e :

$$e^2 = \frac{E'_f}{E'_i}.$$

Quando os corpos que colidem ficam juntos após a colisão, a velocidade de cada corpo é também a velocidade do centro de massa: não há movimento relativamente ao centro de massa. Neste caso, $E'_f = 0$ e $e = 0$: a colisão diz-se perfeitamente inelástica.

Se houver conservação de energia cinética, $E'_f = E'_i$ e $e = 1$: a colisão é elástica.

3.2.4.1 Colisão com um objecto fixo

Uma colisão com um objecto fixo, como uma parede, pode ser incluída, da seguinte forma, na discussão anterior.

Um objecto fixo funciona como um corpo de massa infinita (a parede está fixa à casa, que por sua vez está rigidamente ligada ao solo, etc.). Neste caso, o centro de massa do sistema pode ser considerado como sendo o centro de massa do objecto de massa infinita, que permanece imóvel; logo, $v_{cm} = 0$. O quadrado do coeficiente de restituição é simplesmente:

$$e^2 = \frac{E_f}{E_i} = \frac{mv_f^2/2}{mv_i^2/2} = \frac{v_f^2}{v_i^2},$$

em que m é a massa do sistema que colide com a parede e v_i e v_f são as suas velocidades, antes e depois da colisão. Sendo assim, o coeficiente de restituição é

$$e = \frac{v_f}{v_i}.$$

3.3 Actividades, questões e problemas

3.3.1 Actividades

3.1. Colisão de bola com superfície

Considerar a colisão entre uma bola e uma superfície nas seguintes situações limite:

- i) Uma superfície muito deformável (como uma membrana elástica) e uma bola rígida (como uma bola de bilhar).
- ii) Uma superfície muito rígida (parede) e uma bola (muito) deformável.

Para estes dois casos:

- (a) Fazer uma representação esquemática da configuração dos dois corpos, em função do tempo, incluindo vários instantes durante a colisão.
- (b) Representar, nesses esquemas, as forças que a superfície e o corpo exercem mutuamente.
- (c) Fazer um gráfico qualitativo da energia cinética da bola em função da sua posição relativamente à parede. Relacionar as variações de energia cinética da bola com o trabalho das forças que a parede exerce sobre ela.

3.2. Colisões entre carrinhos

Ver ficha de actividade A7.

3.3. Colisões inelásticas

Ver ficha de actividade A8.

3.4. Ensaio

Um colega, faz a seguinte afirmação:

“Quando atiro uma bola de plasticina à parede, a energia que imprime à bola perde-se: a energia não é conservada”.

Escrever um texto (máximo de uma página A4) rebatendo essa conclusão, recorrendo a exemplos e a situações análogas à apontada pelo colega.

3.3.2 Problemas e questões**3.1. Colisão de átomos de hélio**

Dois átomos de hélio, no respectivo estado fundamental, colidem com velocidades de 100 m s^{-1} .

- (a) Qual é a energia cinética total em electrões-volt?
- (b) Sabendo que o primeiro estado excitado de um átomo de hélio está quase 20 eV acima do fundamental, esta colisão será elástica ou inelástica?

3.2. Colisões entre automóveis (1)

Como classificar uma colisão frontal entre dois automóveis?

- (a) Elástica;
- (b) fracamente inelástica ($e \lesssim 1$);
- (c) fortemente inelástica ($e \approx 0$).

3.3. Colisões entre automóveis (1)

Considerar as seguintes colisões frontais entre automóveis idênticos ($m = 1000 \text{ kg}$):

- i) Um carro a 45 km h^{-1} colide com outro parado.
- ii) Dois carros colidem com velocidades de 30 km h^{-1} de sentidos opostos.
 - (a) Calcular as energias cinéticas totais iniciais.
 - (b) Calcular as energias cinéticas iniciais de movimento relativo ao centro de massa.
 - (c) Qual destas colisões seria classificada de mais violenta (causadora de maiores danos nos automóveis e seus ocupantes)? Justificar.

3.4. Bola de basquete

Uma bola de basquetebol, largada do repouso de uma altura 1 m, só sobe a uma altura de 80 cm.

- (a) Qual é o coeficiente de restituição da colisão com o solo?
- (b) O coeficiente de restituição, em boa aproximação, é independente das velocidades iniciais dos corpos que colidem. A que altura subirá a bola de basquete no segundo ressalto do solo?

3.5. Sucesso do CERN

Um dos objectivos dos aceleradores de partículas é obter a máxima energia possível para permitir a criação de partículas de massa mais elevada. Por que é que uma configuração de dois feixes a viajar em sentidos opostos é mais eficaz do que uma colisão de um feixe com um alvo estacionário?

Bibliografia

- [1] Internacional Atomic Energy Agency. Energy, electricity and nuclear power estimates for the period up tp 2020. Technical report, IAEA, <http://www.iaea.org>, 2001.
- [2] CERN. URL: www.cern.ch.
- [3] Manuel Joaquim Marques. Funcionamento dos músculos. Projecto FARADAY, Departamento de Física, Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, 2003.
- [4] HSW Media Networks. Howstuffworks. <http://people.howstuffworks.com/hydropower-plant.htm>.
- [5] REN. Rede eléctrica nacional, informação técnica. <http://www.ren.pt/sections/tecnica/maparen/default.asp>.
- [6] United States Geological Survey. Water science for schools. <http://ga.water.usgs.gov/edu/>.
- [7] C. Tuijn and B. W. Kooi. The measurement of arrow velocities in the student's laboratory. *Eur. J. Phys.*, 13:127, 1992.