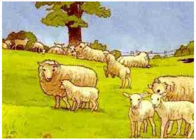
Números Reais

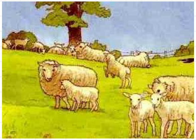
Números

- Os números surgiram da necessidade que as pessoas tinham de contar objectos e coisas.

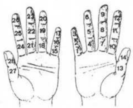


Números

- Os números surgiram da necessidade que as pessoas tinham de contar objectos e coisas.

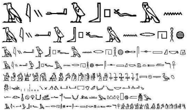
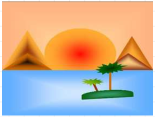
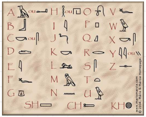


- Nos primeiros tempos da humanidade, usavam-se para contar, dedos, pedras, nós feitos numa corda . . .


Alguns sistemas de numeração ...

Antigo Egipto

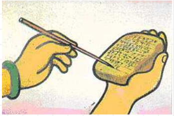





Os símbolos usados pelos egípcios para representar quantidades eram:

1	10	100	1000	10000	100000	1000000
𓏺	𓎆	𓍢	𓆼	𓂭	𓆐	𓁨

Por exemplo, o número 5304 é representado por 𓆼𓆼𓆼𓆼𓆼𓍢𓍢𓍢𓏽

Os Babilónios


Os símbolos usados pelos babilónios para representar quantidades eram:

1	2	10	20	100

Os Maias

Os símbolos usados pelos maias para representar quantidades eram:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	•	••	•••	••••	—	• —	•• —	••• —	•••• —
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
— —	• — —	•• — —	••• — —	•••• — —	— — —	• — — —	•• — — —	••• — — —	•••• — — —

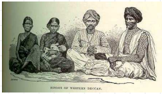
Os Romanos

Os símbolos usados pelos romanos para representar quantidades eram:

1	5	10	50	100	500	1000
I	V	X	L	C	D	M

Por exemplo, o número 3576 é representado por MMMDLXXVI

Os Hindus



Os símbolos usados pelos hindus para representar quantidades eram:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩

Se quiseres saber mais:

- www.prof2000.pt/users/hjco/numerweb/index.htm
- upf.tche.br/~pasqualotti/hiperdoc/natural.htm
- matematica.no.sapo.pt/nconcreto.htm

Os conjuntos que já conheces ...

Números Naturais

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Exemplo:

$5 \in \mathbb{N}$ -3 $\notin \mathbb{N}$ $0 \notin \mathbb{N}$

Números Naturais

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Exemplo:

$5 \in \mathbb{N}$ $\quad$ -3 $\notin \mathbb{N}$ $\quad$ $0 \notin \mathbb{N}$

Números Inteiros

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Exemplo:

$5 \in \mathbb{Z}$ $\quad$ -3 $\in \mathbb{Z}$ $\quad$ $0 \in \mathbb{Z}$ $\quad$ $\frac{1}{3} \notin \mathbb{Z}$ $\quad$ $\frac{4}{2} \in \mathbb{Z}$

Subconjuntos de $\mathbb{Z}$

$\mathbb{Z}^- = \{\ldots, -3, -2, -1\}$ Inteiros negativos

$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \ldots\}$ Inteiros positivos

$\mathbb{Z}_0^+ = \{0, 1, 2, 3, \ldots\} = \mathbb{N}_0$ Inteiros não negativos

$\mathbb{Z}_0^- = \{\ldots, -3, -2, -1, 0\}$ Inteiros não positivos

Números Racionais

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Z} \cup \{\text{números fraccionários}\}$$

Nota:
Um número fraccionário é um número **não inteiro** que pode ser escrito como a razão de dois números inteiros $\frac{a}{b}$ com $b \neq 0$.

Números Racionais

$\mathbb{Q} = \mathbb{Z} \cup \{\text{números fraccionários}\}$

Nota:
Um número fraccionário é um número **não inteiro** que pode ser escrito como a razão de dois números inteiros $\frac{a}{b}$ com $b \neq 0$.

Exemplo:
$0,5$ é um número fraccionário, pois pode ser escrito sob a forma de uma fracção, $\frac{1}{2}$.

Números Racionais

$\mathbb{Q} = \mathbb{Z} \cup \{$números fraccionários$\}$

Nota:
Um número fraccionário é um número **não inteiro** que pode ser escrito como a razão de dois números inteiros $\frac{a}{b}$ com $b \neq 0$.

Exemplo:
$0,5$ é um número fraccionário, pois pode ser escrito sob a forma de uma fracção, $\frac{1}{2}$.

$0,(6)$ também pode ser escrito sob a forma de uma fracção, $\frac{2}{3}$, então $0,(6)$ é um número fraccionário.

A qualquer número racional corresponde uma dízima.

- $\frac{1}{2} = 0,5 \qquad \frac{3}{2} = 1,5 \qquad \frac{63}{25} = 2,52 \qquad 5 = 5,0$
- $\frac{1}{3} = 0,333\ldots \qquad \frac{2}{9} = 0,2222\ldots \qquad \frac{4}{33} = 0,121212\ldots$

A qualquer número racional corresponde uma dízima.

- $\frac{1}{2} = 0,5 \qquad \frac{3}{2} = 1,5 \qquad \frac{63}{25} = 2,52 \qquad 5 = 5,0$
- $\frac{1}{3} = 0,333\ldots \qquad \frac{2}{9} = 0,2222\ldots \qquad \frac{4}{33} = 0,121212\ldots$

No primeiro caso obtivemos dízimas finitas, no segundo caso obtivemos dízimas infinitas periódicas.

Às dízimas infinitas periódicas está sempre associado um **período**, que é o algarismo ou conjunto de algarismos que se repete a partir de uma certa ordem.

Às dízimas infinitas periódicas está sempre associado um **período**, que é o algarismo ou conjunto de algarismos que se repete a partir de uma certa ordem.

- $0,121212\ldots = 0,(12)$ é uma dízima infinita periódica de período 12

Às dízimas infinitas periódicas está sempre associado um **período**, que é o algarismo ou conjunto de algarismos que se repete a partir de uma certa ordem.

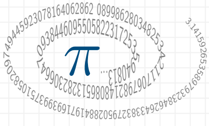
- $0,121212\ldots = 0,(12)$ é uma dízima infinita periódica de período 12
- $0,35666\ldots = 0,35(6)$ é uma dízima infinita periódica de período 6

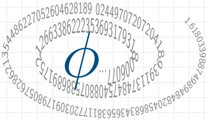
Às dízimas infinitas periódicas está sempre associado um **período**, que é o algarismo ou conjunto de algarismos que se repete a partir de uma certa ordem.

- $0,121212\ldots = 0,(12)$ é uma dízima infinita periódica de período 12
- $0,35666\ldots = 0,35(6)$ é uma dízima infinita periódica de período 6

A qualquer **número racional** corresponde uma **dízima finita** ou **dízima infinita periódica**.

Outros números ...





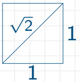
Números irracionais

- Por volta do ano 600 a.C., Pitágoras e os seus discípulos, estudavam as propriedades dos números inteiros, através de construções geométricas.

Números irracionais

- Por volta do ano 600 a.C., Pitágoras e os seus discípulos, estudavam as propriedades dos números inteiros, através de construções geométricas.
- Até essa data, os pitagóricos acreditavam que tudo no universo estava relacionado com os números inteiros, ou então, razões de números inteiros (que conhecemos hoje, como o conjunto dos números racionais).

- A sua crença foi abalada, quando descobriram que havia segmentos de recta cuja medida não podia ser expressa por um número racional. Por exemplo a diagonal de um quadrado de lado 1.



- A sua crença foi abalada, quando descobriram que havia segmentos de recta cuja medida não podia ser expressa por um número racional. Por exemplo a diagonal de um quadrado de lado 1.

- A esta nova classe de números, chamamos **números irracionais**.

- A sua crença foi abalada, quando descobriram que havia segmentos de recta cuja medida não podia ser expressa por um número racional. Por exemplo a diagonal de um quadrado de lado 1.

- A esta nova classe de números, chamamos **números irracionais**.
- Um número irracional não pode ser expresso, como uma razão de números inteiros, ou seja, não pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$.

- Um número irracional é todo o número que não pode exprimir-se por uma dízima finita, ou infinita periódica.

- São exemplos de números irracionais:

$$\sqrt{2}; \quad \pi; \quad -\sqrt{5}; \quad \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Qualquer **número irracional** pode ser representado por uma **dízima infinita não periódica**.

Exemplos:
$\sqrt{2} = 1,41421356\ldots; \quad \pi = 3,14159265\ldots; \quad \phi = 1,61803398\ldots$

Números Reais

Ao reunir os novos números (irracionais) com o conjunto $\mathbb{Q}$ (racionais), criou-se um novo conjunto de números:

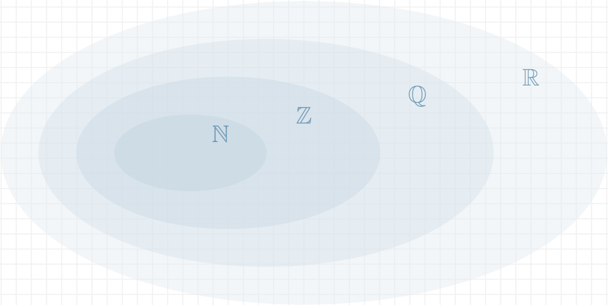
Números Reais

Ao reunir os novos números (irracionais) com o conjunto $\mathbb{Q}$ (racionais), criou-se um novo conjunto de números:
o conjunto dos números reais.

Números Reais

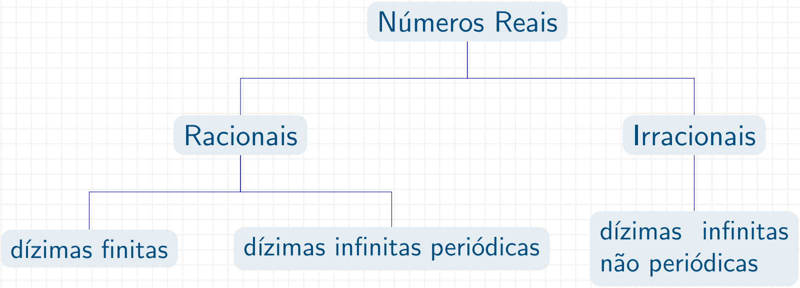
Ao reunir os novos números (irracionais) com o conjunto $\mathbb{Q}$ (racionais), criou-se um novo conjunto de números:
o conjunto dos números reais.

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \{\text{números irracionais}\}$$



Assim,

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$


Números Reais
Racionais
Irracionais
dízimas finitas
dízimas infinitas periódicas
dízimas infinitas não periódicas