Relatividade Restrita: Que horas são?

Michael Fowler
Universidade de Virgínia, Departamento de Física

Relatividade Restrita numa casca de noz

A Teoria da Relatividade Restrita, de Albert Einstein, pode ser resumida da seguinte forma:

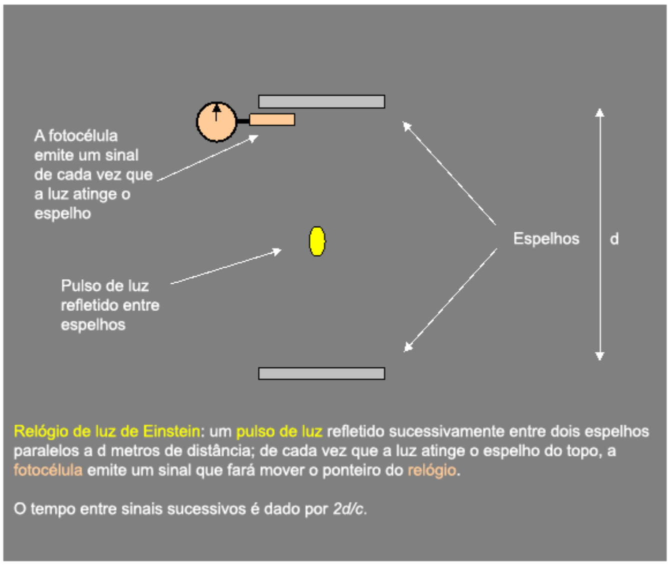
> As Leis da Física são as mesmas para qualquer referencial inercial (os referenciais inerciais movem-se com velocidade constante uns em relação aos outros).
>
> Nessas Leis incluem-se as Equações de Maxwell, que descrevem os campos eléctricos e magnéticos, a partir das quais é possível prever que a luz se propaga a uma velocidade ***c***, aproximadamente igual a 3×10^8 metros por segundo.
>
> Qualquer determinação da velocidade da luz, por parte de um observador, em relação a qualquer referencial inercial, vai ter como resultado ***c***.

Uma consequência da teoria da Relatividade Restrita é o facto de dois observadores distintos, em movimento um em relação ao outro, e que determinam a velocidade do mesmo raio de luz, obterem o mesmo valor, *c*, mesmo que o seu movimento relativo ocorra na mesma direcção e sentido do raio de luz referido.

Vejamos como esta simples hipótese altera tudo o que julgávamos saber sobre tempo e espaço.

Um relógio simples mas fiável

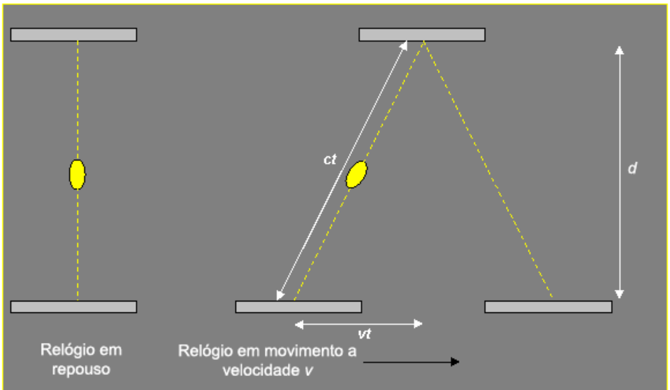
Um referencial inercial deve estar calibrado (com marcas em intervalos regulares, tal como num sistema de eixos) para medir distâncias, e possuir um relógio para determinar o tempo. Quanto ao relógio, este deve ser fácil de utilizar e de compreender em qualquer referencial inercial. Em alternativa a um relógio de pêndulo, que não funcionaria quando estivesse longe da superfície da Terra, utiliza-se um pulso de luz que é sucessivamente refletido entre dois espelhos que se encontram de frente um para o outro. A este dispositivo dá-se o nome de relógio de *luz*. Para que este dispositivo funcione como um relógio, devemos ser capazes de contar o número de vezes que o pulso de luz é refletido, utilizando para isso uma fotocélula colocada junto de um dos espelhos, de modo a detetar a passagem do pulso de luz. A fotocélula emite um sinal sempre que deteta a passagem de luz, e esta emissão regular de sinais permite medir o tempo, tal como em qualquer outro relógio. Com a passagem sucessiva do pulso de luz pela fotocélula, este perderá intensidade, por isso é também necessário um mecanismo de reforço deste pulso de luz, por exemplo uma lâmpada estroboscópica, sincronizada com o movimento do pulso de luz existente, a emitir um novo pulso que, por adição ao primeiro, resultará num pulso mais intenso. Construir um relógio destes não é fácil, mas a ideia base é relativamente simples.



É fácil determinar a frequência com que a fotocélula emite um sinal. Se os dois espelhos se encontram à distância *d* um do outro, na viagem de *ida-e-volta* do pulso de luz, isto é, desde o espelho que contém a fotocélula ao espelho que se encontra em frente deste, e voltando novamente ao espelho inicial, a luz percorre uma distância correspondente a *2d*. Uma vez que, como sabemos, a luz viaja à velocidade *c*, o tempo que leva a percorrer esta distância é *2d/c*, e que corresponde ao intervalo de tempo entre a emissão de dois sinais sucessivos por parte da fotocélula. Este tempo é muito pequeno, mesmo que o relógio de luz tenha um tamanho razoável. O cristal de quartzo no interior dos nossos relógios oscila[1] cerca de 10 000 vezes por segundo. Para obter o mesmo número de sinais por segundo no nosso relógio de luz, era necessário que os espelhos se encontrassem a uma distância de aproximadamente 14.5 km um do outro, por isso o nosso relógio de luz deve produzir 1000 vezes mais sinais por segundo, de modo a ficar com um tamanho razoável. De qualquer modo, vamos assumir que todos estes problemas técnicos se encontram resolvidos.

Olhar para o relógio de outra pessoa

Vamos agora considerar dois observadores, o Jack e a Jill, cada um deles "equipado" com um referencial inercial e um relógio de luz. Para ser mais específico, imagine que o Jack se encontra parado e de pé, com o seu relógio de luz, junto à linha por onde passa um comboio com trajetória retilínea, enquanto a Jill e o seu relógio de luz se encontram num grande vagão aberto do comboio que passa a uma velocidade constante *v*. O Jack decide agora comparar o relógio de luz da Jill com o seu próprio relógio. Ele sabe que o intervalo de tempo entre dois sinais (da fotocélula do seu relógio) é dado por *2d/c*. Imagine que toda a situação se passa num dia de nevoeiro e que, com a ajuda de binóculos, o Jack consegue ver o pulso de luz a ser refletido entre os dois espelhos do relógio da Jill. Segundo Jack, quanto tempo levará o pulso de luz a efetuar a viagem de *ida-e-volta* entre espelhos? A única coisa de que tem a certeza é o facto de a velocidade do pulso de luz em relação ao seu próprio corpo corresponder a *c*, aproximadamente 300 000 km – é o que diz a Teoria da Relatividade Restrita de Einstein. Para determinar o tempo de *ida-e-volta* do pulso de luz entre os espelhos, tudo o que precisa saber é a distância percorrida por este. Esta distância não será igual a *2d*, uma vez que os espelhos se movem com o comboio. Por isso, em relação a Jack, que se encontra parado no solo, quando o pulso regressa ao espelho superior, esse espelho entretanto já se moveu com o comboio durante a viagem do pulso entre os espelhos e, vista do solo, a trajetória do pulso é aos *ziguezagues*.



Dois relógios de luz idênticos: um em repouso e o outro em movimento em relação ao observador. Os pulsos de luz têm a mesma velocidade *em relação ao observador*, mas o que pertence ao relógio em movimento percorre uma distância maior e por isso o intervalo entre sinais é maior.

t corresponde ao tempo de viagem entre espelhos.

Suponha agora que o pulso de luz do relógio da Jill, e que se move com o comboio, demora o tempo t para chegar do espelho inferior ao espelho superior, tempo esse medido pelo Jack, que se encontra parado a observar o comboio que passa. Nesse caso, a medida da trajetória do pulso de luz desde o espelho inferior ao espelho superior terá que ser *ct*, uma vez que essa é a distância percorrida por qualquer pulso de luz num intervalo de tempo *t*. Entretanto, o comboio percorreu uma distância *vt*, onde *v* corresponde à velocidade deste. Esta situação é semelhante à do nadador que nada com velocidade c relativamente à água e que atravessa um rio cuja velocidade de corrente é *v*. Tal como nessa situação, podemos construir um triângulo retângulo com os dados obtidos, em que a hipotenusa corresponde a *ct*, e os catetos a *vt* e *d*.

A partir do Teorema de pitágoras,

$$c^2t^2 = v^2t^2 + d^2$$

e por isso $t^2(c^2 - v^2) = d^2$ ou $t^2(1 - \frac{v^2}{c^2}) = \frac{d^2}{c^2}$

[1] N. do T.: Esta oscilação do cristal de quartzo corresponde à emissão de sinal por parte da fotocélula no relógio de *luz*.

efetuando a raíz quadrada de cada um dos membros da equação e multiplicando por dois para obter o tempo correspondente à viagem de ida-e-volta entre os espelhos, conclui-se que o tempo medido pelo Jack para a viagem de ida-e-volta do pulso de luz no relógio da Jill é dado por:

$$tempo_{ida-e-volta\ entre\ espelhos\ no\ relógio\ em\ movimento} = \frac{2d}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

É óbvio que, para um relógio em repouso, com v = 0, a resposta correta e que pode ser obtida com esta expressão é 2d/c.

A expressão permite também concluir que, do ponto de vista do Jack, o tempo passa mais devagar no relógio da Jill – o tempo correspondente à viagem de ida-e-volta entre espelhos é maior – em comparação com o seu próprio relógio. No que toca a este exemplo, esta diferença entre relógios é muito pouco expressiva, dada a reduzida velocidade do comboio[2]. O factor de correção para determinar o tempo de *ida-e*-volta do pulso de luz num relógio em movimento é dado por $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, e que difere do valor 1 em apenas $\frac{1}{3\ 000\ 000}$ para, por exemplo, um comboio de alta velocidade. Ainda assim, o efeito é real e pode ser determinado.

É importante perceber que a única razão que levou à escolha do relógio de luz, em oposição a qualquer outro tipo de relógio, é o facto de o seu movimento ser muito fácil de analisar a partir de referenciais diferentes. A Jill podia levar consigo no comboio um conjunto de vários relógios e sincronizá-los a todos. Por exemplo, podia pendurar o seu relógio de pulso junto ao relógio de luz e verificar que estes indicavam sempre o mesmo tempo. Lembre-se que no referencial da Jill, a fotocélula do seu relógio de luz emite um sinal a cada *2d/c* segundos. Ao observar a situação do exterior do comboio, o Jack, que se encontra em repouso em relação ao solo, notará que os dois relógios da Jill estão sincronizados e notará também que o tempo no relógio de pulso também passa mais devagar, aplicando-se a este relógio o mesmo factor de correção determinado anteriormente, $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$. De facto, em relação ao Jack, todos os relógios e até a pulsação da Jill "abrandam" de acordo com este factor de correção. A Jill envelhecerá mais lentamente devido ao facto de se estar a mover!

Mas a história ainda não está toda contada – devemos agora observar toda a situação do ponto de vista da Jill. *O referencial inercial da Jill é tão bom como o do Jack.* Ela vê o relógio de luz do Jack a mover-se a velocidade *v* (em sentido contrário ao do movimento do comboio), e do seu ponto de vista o pulso de luz do relógio de Jack descreve uma trajetória aos ziguezagues entre os dois espelhos, o que significa que, para a Jill, o tempo passa mais lentamente no relógio de Jack. É o mesmo que dizer que cada um deles vê o tempo a passar mais lentamente no relógio do outro, e consequentemente, vendo-se também um ao outro a envelhecer mais lentamente. Este fenómeno é designado por *dilatação do tempo* e foi verificado recentemente em experiências que consistiram em transportar em viagens de avião em torno do planeta relógios muito precisos, tendo-se verificado que estes registaram um tempo menor que o registado por relógios idênticos que ficaram em repouso no solo. A dilatação do tempo é também muito fácil de observar no estudo da física de partículas.

Contração de Fitzgerald[3]

Considere agora o seguinte problema: suponha que o relógio da Jill está equipado com um dispositivo que faz uma marca no solo a cada segundo. A que distância se encontram duas marcas consecutivas? Do ponto de vista da Jill, a resposta é simples. Ela vê o solo a passar sob o comboio a uma velocidade *v* metros por segundo, e portanto as marcas no solo estarão a *v* metros de distância. Mas o Jack vê as coisas de forma diferente. Ele vê o tempo a passar mais lentamente no relógio da Jill e portanto verá que as marcas no solo serão feitas em intervalos de $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ segundos (para um comboio hipotético com uma velocidade correspondente a 0.8c, as marcas no solo são efetuadas em intervalos de 5/3 ≅ 1.67 segundos). Uma vez que ambos concordam que a velocidade do comboio e da linha (do ponto de vista da Jill) é *v*, Jack afirmará que duas marcas consecutivas não estão a *v* metros uma da outra, mas antes a $\frac{v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ metros, o que corresponde a uma distância maior. Quem tem razão, o Jack ou a Jill? Verifica-se que o Jack tem razão, uma vez que as marcas foram efetuadas no seu referencial, e portanto ele pode utilizar uma fita métrica e medir a distância entre duas marcas consecutivas. Como resultado do seu movimento, a Jill observa as marcas mais próximas, por um factor de $\frac{v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ metros, do que estariam se as marcas estivessem em repouso em relação à Jill. A isto dá-se o nome de *contração*

[2] N. do T.: Esta velocidade é reduzida quando comparada com a velocidade da luz.

[3] N. do T.: Conhecida também como "Contração de Lorentz-Fitzgerald".

de Fitzgerald, e aplica-se não apenas às marcas mas também à linha do comboio e ao Jack – tudo parece comprimido na direção do movimento!

Prova experimental da dilatação do tempo: desintegração de muões

O primeiro exemplo claro da dilatação do tempo surgiu a partir de uma experiência de deteção de muões[4], há cerca de 50 anos. Estas partículas são produzidas na camada mais exterior da nossa atmosfera, onde os raios cósmicos interagem com as primeiras partículas do ar. Os muões são partículas instáveis, com um tempo de meia-vida de apenas 1.5 microssegundos (1.5 milionésimos de segundo), o que significa que, se considerarmos, em determinado momento, 100 muões, passados 1.5 microssegundos teremos apenas 50, e passados mais 1.5 microssegundos teremos apenas 25, e por aí adiante. Ainda assim, estas partículas são constantemente produzidas na camada mais exterior da atmosfera e por isso existe uma "chuva" constante destas partículas, que se movem à velocidade da luz, desde essa camada até à superfície da Terra. Em 1941, um detetor colocado próximo do topo do Monte Washington (a 1917 metros[5] acima do nível do mar) registou cerca de 570 muões por hora. Estas partículas têm um movimento descendente e deintegram-se ao longo deste movimento, portanto se o detetor for colocado a uma altitude menor, espera-se que registe um menor número de muões, uma vez que uma fração dos que passaram a 1917 metros entretanto já se desintegraram antes de atingir esta posição de menor altitude. Se considerarmos a sua velocidade próxima da velocidade da luz, podemos afirmar que os muões se movem a aproximadamente $3x10^5$ quilómetros por segundo, o que é equivalente a aproximadamente 300 metros por microssegundo[6]. Assim, estas partículas passam na altitude 1467 metros[7] cerca de 1.5 microssegundos depois de passarem a uma altitude de 1917 metros e se metade dessas partículas se desintegrarem nestes 1.5 microssegundos, espera-se que o mesmo detetor registe, a 1467 metros, apenas 570/2 = 285 muões por hora. Se o mesmo detetor for colocado a uma menor altitude, a 1017 metros são esperados 285/2 ≅ 142 muões por hora, a 567 metros são esperados 142/2=71 muões por hora e ao nível do solo são esperados menos de 35 muões por hora.

Para resumir, sabendo a taxa a que estes muões instáveis se desintegram, e sabendo que o detetor que se encontra no topo do Monte Washington regista a passagem de 570 muões por hora, destes apenas se espera que sobrevivam menos de 35 desde o topo do Monte até ao nível do mar. Mas na realidade, quando o detetor foi colocado ao nível do mar registou 400 muões por hora! Por que não se desintegraram? A resposta relaciona-se com o facto de, no referencial inercial de cada uma destas partículas, o tempo ter passado mais lentamente. A velocidade real dos muões é de aproximadamente 0.994*c*, o que corresponde a um fator de dilatação do tempo de aproximadamente 9, e portanto na viagem de 6 microssegundos desde o topo do Monte Washington até ao nível do mar, aproximadamente, os relógios colocados nesses referenciais registaram apenas 6/9 = 0.67 microssegundos. Neste intervalo de tempo apenas cerca de ¼ dos muões se desintegraram.

Como analisar a situação do ponto de vista dos muões? Como será que conseguem percorrer tão grande distância em tão pouco tempo? Para os muões, o Monte Washington e a superfície da Terra aproximam-se a uma velocidade de 0.994*c*, ou aproximadamente 300 metros por microssegundo. Mas nos 0.67 microssegundos que levam a atingir a altitude correspondente ao nível do mar, a distância que separa os muões de tal nível parece ser, na sua perspetiva, de aproximadamente 201 metros, portanto como é possível que percorram os 1917 metros num intervalo de tempo tão pequeno? A contração de Fitzgerald dá a resposta a esta questão. Da perspetiva dos muões, o Monte Washington está comprimido na vertical (a direção do movimento) por um fator de $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, semelhante ao fator de dilatação do tempo, de valor 9 no caso dos muões. Para os muões, o Monte Washington tem uma altitude de apenas 201 metros, aproximadamente, motivo pelo qual, na perspetiva destes, viajam desde o topo do Monte até ao nível do mar num intervalo de tempo tão curto![8]

Casa das Ciências 2013

Tradução/Adaptação de Nuno Machado e Manuel Silva Pinto

[4] N. do T.: Um muão é uma partícula elementar com propriedades semelhantes ao eletrão. Tal como o eletrão, esta partícula tem carga elétrica negativa, mas a sua massa é aproximadamente 200 vezes maior que a massa do eletrão.

[5] N. do T.: 6000 pés no original, que correspondem a uma altitude de 1830 metros. Contudo, o topo do Monte Washington está a uma altitude de 1917 metros, tendo o autor utilizado os 6000 pés para simplificar os cálculos.

[6] N. do T.: aproximadamente 450 metros por cada 1.5 microssegundos, o tempo de meia-vida.

[7] N. do T.: 4500 pés no original.

[8] N. do T.: Esta experiência foi reproduzida num acelerador de partículas, comparando o tempo de vida de um muão em repouso com o tempo de vida de um muão com uma velocidade próxima da velocidade da luz e que se move ao longo do acelerador de partículas. O muão em movimento dá à volta ao acelerador, partindo do mesmo ponto em que se encontra o muão em repouso e, quando regressa à posição inicial, aquele que se encontrava em repouso há muito que se desintegrou.