PARTE

6

Jogos matemáticos

Jogos de posição

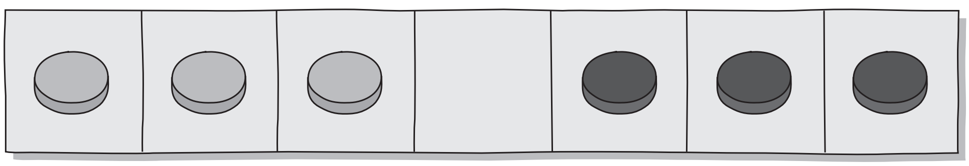
AS RÃS SALTITONAS

Número de participantes

É um jogo para um jogador.

Material

O material utilizado é um tabuleiro de 1 fila e 7 casas. As fichas são de 2 cores.
A sua disposição é a seguinte.

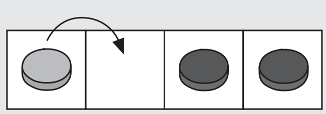
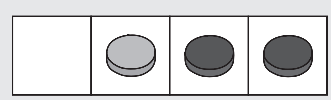


Objectivo

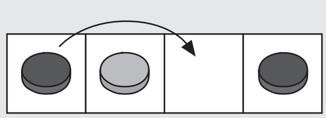
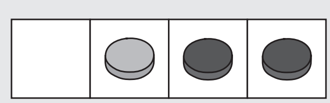
O objectivo do jogo é as fichas (rãs) mudarem da sua posição inicial, ou seja, as fichas cinzentas ocuparão o lugar das pretas, e estas ocuparão o lugar das cinzentas. Convém tentar que o número de movimentos seja o mínimo possível.

Regras do jogo

1.ª As fichas cinzentas só se podem mover para a direita e as pretas para a esquerda.
2.ª Cada ficha pode avançar para uma casa contígua se esta estiver vazia. Por exemplo, da posição A passa-se para a posição B.

Posição A  Posição B 

3.ª Uma ficha pode saltar por cima de outra de cor diferente, se a seguir a esta houver uma casa vazia. Por exemplo, da posição C passa-se para a posição D.

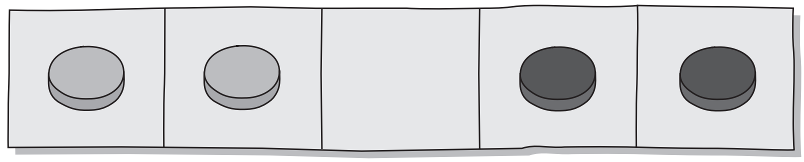
Posição C  Posição D 

4.ª Não é necessário mover uma ficha de cor diferente da que avançámos na jogada anterior.
5.ª Numa casa não pode haver mais de uma ficha.

Experimenta e joga

1 **Joga várias vezes para te familiarizares com o jogo. Em todas as situações, não pares enquanto não alcançares o objectivo: trocar as fichas cinzentas e pretas respeitando as regras do jogo. É possível que em algumas situações fiques bloqueado, ou seja, não consigas continuar a movimentar as fichas. Não desanimes, pára e volta a jogar mais tarde.**

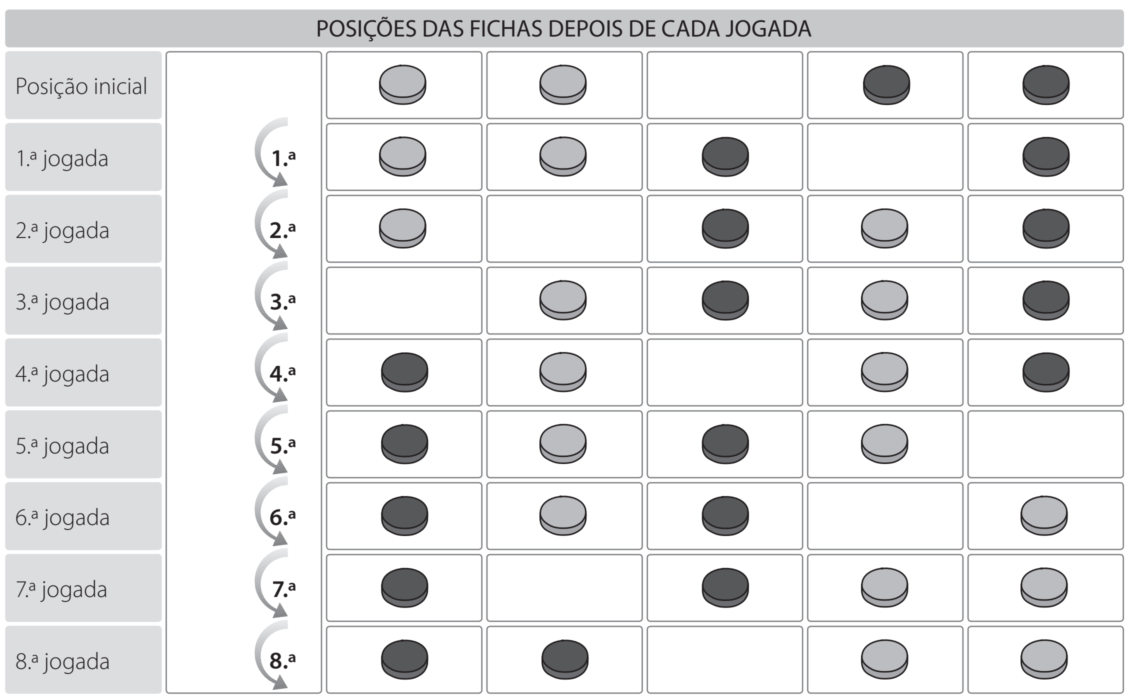
2 **Joga com 4 fichas em vez de o fazeres com 6 fichas.**



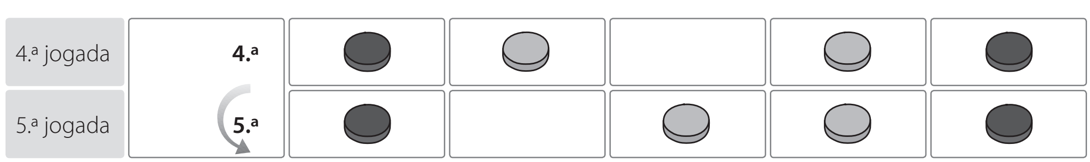
Irás verificar que as situações de bloqueio são agora mais fáceis de evitar.

Investiga

1 **O quadro seguinte representa as jogadas realizadas durante uma partida com 2 fichas de cada cor.**
Na fila superior do quadro, aparece a posição das fichas quando o jogo se inicia.
Por baixo, aparecem as posições que as fichas vão assumindo depois de cada jogada.
Na coluna da esquerda, indicam-se as sucessivas jogadas.



a) O que teria acontecido se na 5.ª jogada tivéssemos jogado como se indica de seguida?



b) Pode continuar-se a jogar depois desta jogada?

c) Porquê?

Observa que a única coisa que se pode fazer é recuar para posições anteriores (acção proibida). Diremos então que se produziu um **bloqueio** ao juntarem-se as duas fichas cinzentas.

d) Esta posição das fichas é desejável para um jogador?

e) Pensas que pode ser uma boa estratégia evitar as jogadas em que se juntem duas fichas da mesma cor? Justifica a tua resposta.

2 **Tipos de jogadas. Observa novamente o quadro da página anterior. Cada jogada corresponde ao movimento de uma ficha, que pode ser de dois tipos:**

- **uma deslocação lateral (com um avanço de 1 casa);**
- **um salto (com um avanço de 2 casas).**

a) Classificação
Escreve a palavra «deslocação» ou «salto» de acordo com a natureza do movimento em cada jogada.

JOGADA	TIPO DE MOVIMENTO
1.ª	deslocação
2.ª	
3.ª	
4.ª	
5.ª	
6.ª	
7.ª	
8.ª	

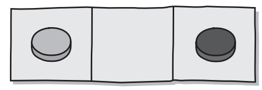
b) Número mínimo de movimentos
Como em cada salto se avançam 2 casas e em cada deslocação se avança 1 casa, o número mínimo de movimentos para se conseguir trocar as fichas obter-se-á quando conseguirmos o número máximo de saltos.
Joga várias vezes com 2 fichas de cada cor e verifica que o número mínimo de movimentos que tens de realizar para alcançar o objectivo de trocar as fichas é 8.
O número de movimentos calcula-se em função do número de fichas de cada cor.
Com 2 fichas de cada cor, é: número mínimo de movimentos $= (2 + 1)^2 - 1 = 8$.

c) Codificação
Observa novamente as posições das fichas nas 8 jogadas do quadro da página anterior.
Para codificar as jogadas, as fichas pretas são representadas por *p* e as fichas cinzentas por *c*.
Se for deslocação, escrevemos a letra com maiúscula e, se for salto, escrevemo-la com minúscula.
Completa a tabela seguinte.

JOGADAS	CODIFICAÇÃO DAS JOGADAS ACUMULADAS DESDE A 1.ª
1.ª	*P*
1.ª e 2.ª	*Pc*
1.ª, 2.ª e 3.ª	*PcC*
1.ª, 2.ª, 3.ª e 4.ª	
1.ª, 2.ª, 3.ª, 4.ª e 5.ª	
1.ª, 2.ª, 3.ª, 4.ª, 5.ª e 6.ª	
1.ª, 2.ª, 3.ª, 4.ª, 5.ª, 6.ª e 7.ª	
1.ª, 2.ª, 3.ª, 4.ª, 5.ª, 6.ª, 7.ª e 8.ª	

A codificação das 8 jogadas ficaria assim: *PcCppCcP*.
Não é necessário distinguir entre os dois tipos de movimentos (deslocação ou salto), porque as fichas são obrigatórias. Portanto, a codificação pode ficar assim: *PCPPCCP*.

3 **Joga com 2 fichas num tabuleiro como o que se segue.**



a) Desenha as posições das fichas de cada jogada na tabela seguinte e tenta alcançar o objectivo de trocar as 2 fichas de cor em 3 jogadas.

POSIÇÕES DAS FICHAS DEPOIS DE CADA JOGADA				
Posição inicial				
1.ª jogada	1.ª			
2.ª jogada	2.ª			
3.ª jogada	3.ª			

b) Faz uma tabela com as 3 jogadas. Depois, completa a codificação das jogadas.

JOGADAS	CODIFICAÇÃO DAS JOGADAS ACUMULADAS DESDE A 1.ª
1.ª	*P*
1.ª e 2.ª	
1.ª, 2.ª e 3.ª	

c) Observa a fórmula que dá o número mínimo de movimentos necessários para terminar o jogo com 2 fichas de cada cor. Qual será a fórmula para o caso de 1 ficha de cada cor?
Com 1 ficha de cada cor, é: número mínimo de movimentos $= (1 + \_\_\_)^2 - 1 = \_\_\_$.

4 **Retoma o jogo com as 3 fichas de cada cor que vimos no princípio.**

a) Verifica que se pode terminar o jogo com 15 movimentos e faz um quadro com as 15 jogadas.

b) Codifica estes movimentos de forma semelhante aos casos anteriores.

JOGADAS	CODIFICAÇÃO DAS JOGADAS ACUMULADAS DESDE A 1.ª
1.ª	*P*
1.ª e 2.ª	*Pc*
1.ª, 2.ª e 3.ª	*PcC*
1.ª, 2.ª, 3.ª e 4.ª	
1.ª, 2.ª, 3.ª, 4.ª e 5.ª	
1.ª, 2.ª, 3.ª, 4.ª, 5.ª e 6.ª	
1.ª, 2.ª, 3.ª, 4.ª, 5.ª, 6.ª e 7.ª	
1.ª, 2.ª, 3.ª, 4.ª, 5.ª, 6.ª, 7.ª e 8.ª	
1.ª, 2.ª, 3.ª, 4.ª, 5.ª, 6.ª, 7.ª, 8.ª e 9.ª	
1.ª, 2.ª, 3.ª, 4.ª, 5.ª, 6.ª, 7.ª, 8.ª, 9.ª, 10.ª, 11.ª, 12.ª, 13.ª, 14.ª e 15.ª	

c) Completa os resultados e encontra a expressão geral para calcular o número mínimo de movimentos quando se joga com *n* fichas de cada cor.
Com 1 ficha de cada cor, é: número mínimo de movimentos $= (1 + 1)^2 - 1 = 3$.
Com 2 fichas de cada cor, é: número mínimo de movimentos $= (2 + 1)^2 - 1 = 8$.
Com *n* fichas de cada cor, o número de movimentos é…

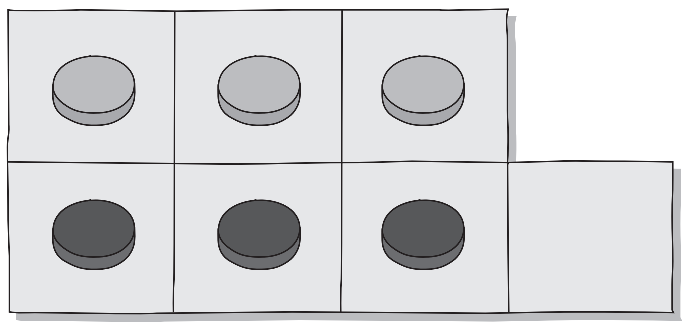
MUDANÇA DE POSIÇÕES COM SEIS FICHAS

Número de participantes

É um jogo para um jogador.

Material

O material corresponde a 6 fichas (3 fichas de cada cor), posicionadas como se indica no tabuleiro de 7 casas que de seguida se apresenta.

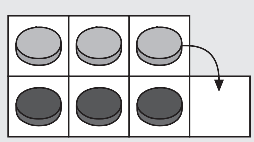


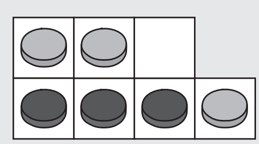
Objectivo

O jogo consiste em trocar as posições das fichas, isto é, as fichas cinzentas irão acabar onde se encontram as pretas, e estas, onde estão as cinzentas.

Regras do jogo

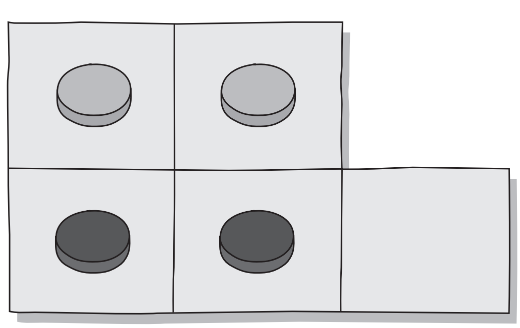
1.ª As fichas de cor diferente movimentam-se alternadamente.
2.ª Uma ficha pode deslocar-se para uma casa adjacente que esteja vazia, em movimento vertical, horizontal ou diagonal. Por exemplo, pode passar-se da posição A para a posição B.

Posição A 

Posição B 

Experimenta e joga

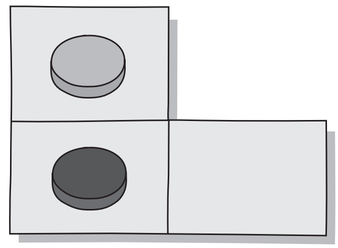
1 **Joga várias partidas para te familiarizares com o jogo, utilizando um tabuleiro mais simples, com 2 fichas de cada cor.**
Ao longo de cada jogo, não deves esquecer o objectivo, para não fazeres jogadas que não sejam destinadas a alcançá-lo.



Investiga

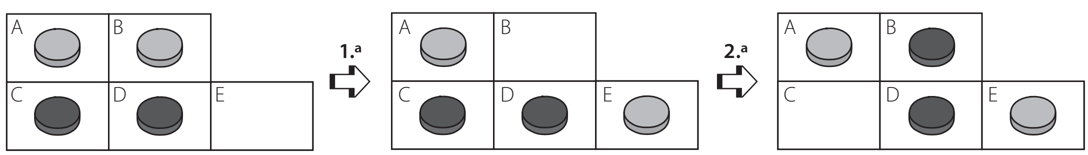
1 **Joga com a intenção de alcançares o objectivo em 5 jogadas.**

2 **Joga algumas partidas no tabuleiro que se apresenta, com 1 ficha de cada cor.**



Qual é o número mínimo de jogadas para conseguir trocar as fichas?

3 **Codificação.**
Como comunicarias a alguém por telefone os 5 movimentos que tem de fazer, no mínimo, para trocar as fichas num tabuleiro com 2 fichas de cada cor?
Para indicar uma jogada a alguém, é necessário dizer-lhe a casa de onde a ficha parte e a casa a que chega.
Este processo consegue-se designando as casas com letras.
Assim, a 1.ª jogada pode expressar-se escrevendo primeiro a letra da casa de partida (B) e, depois, a letra da casa de chegada (E): B → E
Diremos, então, que se codificou a primeira jogada.



a) Codifica a 2.ª jogada.

b) Verifica que o número mínimo de jogadas para terminar a partida é: $2 \times 2 + 1 = 5$.

c) Codifica as jogadas: B → E, C → B.

d) Joga uma partida com a codificação que se segue, usando o tabuleiro anterior.
1.ª B → E, 2.ª C → B, 3.ª A → C, 4.ª D → A, 5.ª E → D

4 **Regressa ao tabuleiro inicial de 3 fichas de cada cor e joga algumas partidas.**

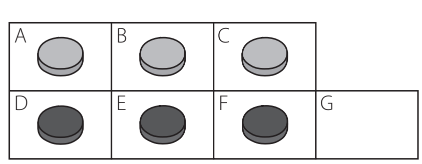
a) Qual é o número mínimo de movimentos para terminar a partida?

b) Repara no número de fichas de cada cor e no número mínimo de movimentos para trocar as fichas e completa.
Com 1 ficha de cada cor, é: número mínimo de movimentos $= 2 \times 1 + 1$.
Com 2 fichas de cada cor, é: número mínimo de movimentos $= 2 \times 2 + 1$.
Com 3 fichas de cada cor, é: número mínimo de movimentos $= 2 \times \_\_\_ + 1$.

Qual será o número mínimo de movimentos para *n* fichas de cada cor?

c) Representa no teu caderno o jogo codificado.

C → G, E → C, A → E, D → A, B → D, F → B, G → F



O DEZOITO

Número de participantes

É um jogo para dois jogadores.

Material

Necessitamos, para jogar, de 6 fichas (3 fichas de cada cor), que posicionaremos num tabuleiro com 22 casas; nas 11 casas de cima, ficarão os números do 1 ao 11 e, nas casas de baixo, colocar-se-ão as fichas.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Objectivo

O objectivo deste jogo é conseguir que a adição dos números colocados em oposição às 3 fichas corresponda a 18.

Regras do jogo

1.ª Cada jogador, à vez, irá pondo uma ficha em alguma das casas de baixo, com o objectivo de os números que se encontrem em frente às suas 3 fichas somarem 18.
2.ª Estando as 3 fichas posicionadas no seu lugar e no caso de nenhum jogador conseguir a soma de 18, irão mudando as mesmas de casa, à vez, como lhes for mais conveniente.
3.ª Ganha o jogador que primeiro conseguir a soma de 18.

Experimenta e joga

1 **Joga 3 partidas com um colega e anota os resultados do vencedor.**

Investiga

1 **Joga 10 partidas com um colega e, em cada uma delas, anota os números que perfazem a soma de 18.**

a) Que números saem mais vezes?

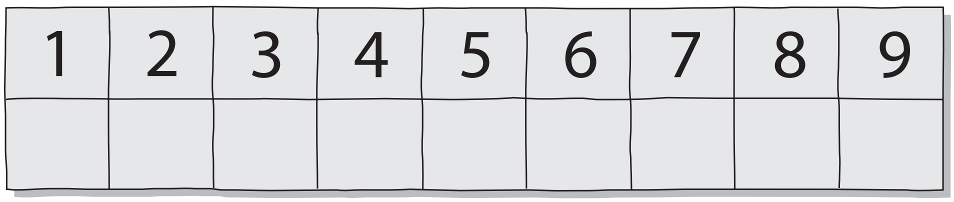
b) Que números saem menos vezes?

2 **Escreve 6 ternos de números que somem 18.**

a) Achas que existe algum número mais adequado do que outros para conseguir a soma 18?

b) Porquê?

3 **Investiga o que se passaria se no tabuleiro só aparecessem os números do 1 até ao 9 e estes tivessem de somar 15.**

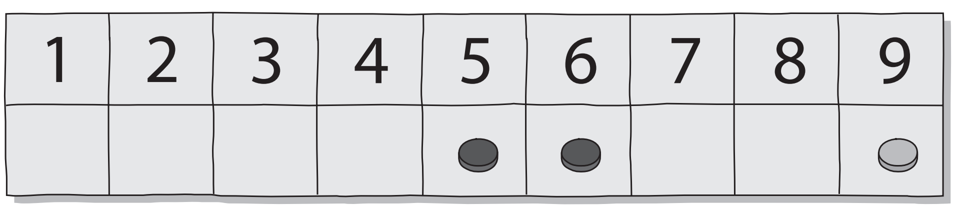


a) Que ternos se podem formar com os números do 1 ao 9 que somem 15?

b) Que número sai menos vezes?

c) Achas que existe algum número melhor do que outros para conseguir a soma de 15? Porquê?

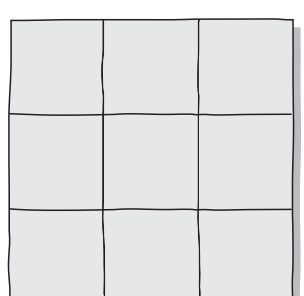
4 **O tabuleiro que se segue corresponde a uma partida inacabada, em que a vez de jogar cabe ao jogador que tem as fichas cinzentas.**



a) Que jogada farias?

b) Porquê?

5 **Tenta construir um quadrado mágico de 3 × 3.**
Lembra-te que, no quadrado mágico, a soma das filas, colunas e diagonais tem de dar o mesmo resultado.



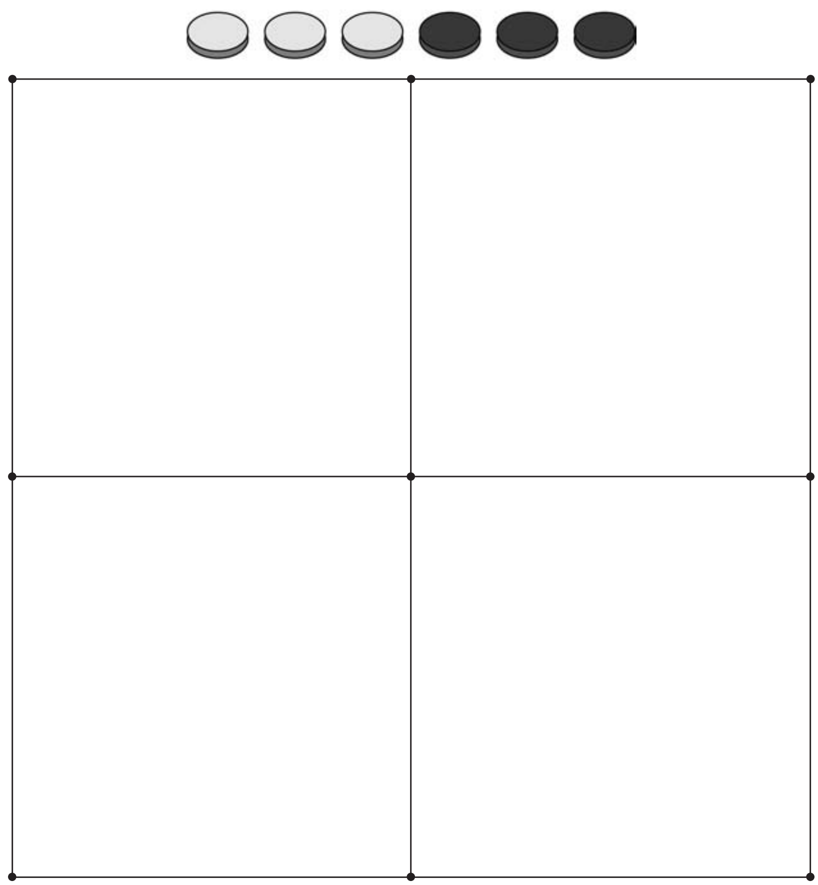
4 «MORRIS» DE TRÊS FICHAS

Número de participantes

É um jogo para dois jogadores.

Material

Necessitamos, para jogar, de 6 fichas (3 fichas de uma cor para um jogador e 3 fichas de cor diferente para o outro jogador) e de um tabuleiro como o da figura.



Objectivo

O objectivo do jogo é conseguir pôr 3 fichas em linha: horizontal ou vertical.

Regras do jogo

1.ª O jogo começa quando um dos jogadores põe uma ficha em cima dos pontos assinalados, sendo seguido pelo segundo jogador, que faz o mesmo. Jogar-se-á assim, alternadamente, até que os dois jogadores tenham posicionado todas as fichas.

2.ª Quando as 6 fichas se encontrarem no tabuleiro, cada jogador poderá mover uma das suas fichas para uma posição adjacente acompanhando as linhas do tabuleiro.

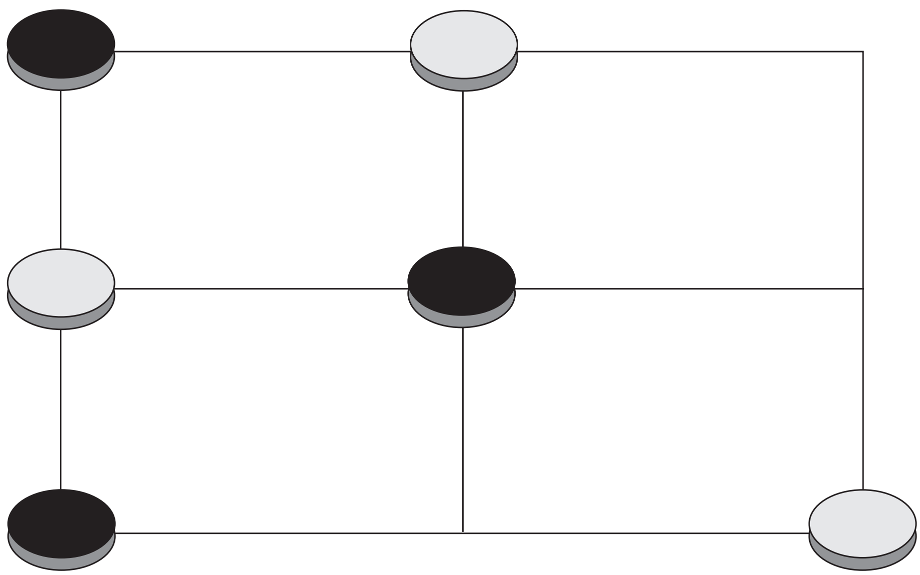
3.ª Ganha o jogador que primeiro conseguir pôr as suas 3 fichas em linha (horizontal ou vertical).

Experimenta e joga

1 **Se jogaste várias partidas, apercebeste-te, certamente, de que pode ser ou não conveniente o primeiro jogador escolher a posição central. Achas que é conveniente?**

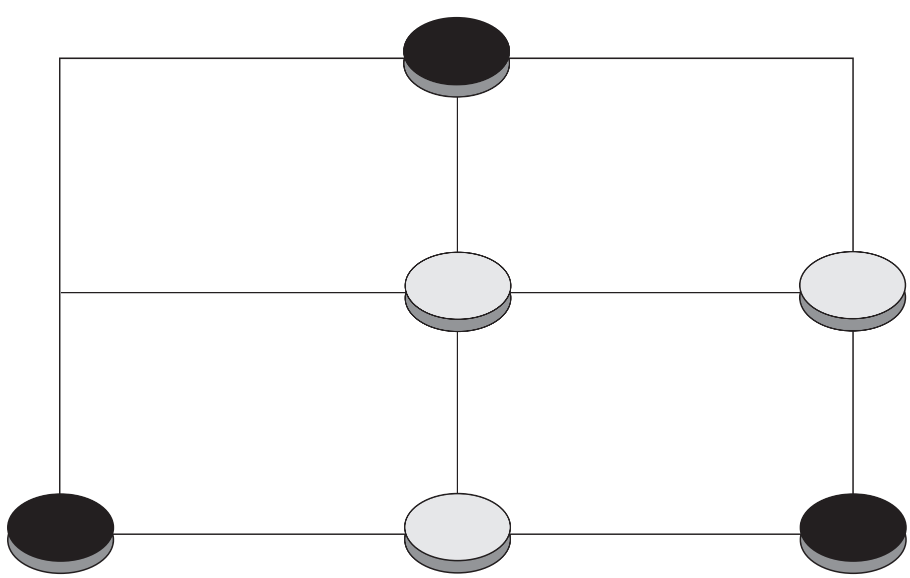
Investiga

1 **Caso se desloquem as fichas cinzentas, qual é a melhor jogada que se pode fazer para ganhar a partida?**



Se te calhasse jogar com as fichas pretas no tabuleiro anterior, que jogada farias?

2 **Se jogasses com as fichas pretas no tabuleiro que se segue, que jogada farias? Explica porquê.**



a) Tendo em conta a maneira como as fichas estão posicionadas no tabuleiro anterior, achas que a partida tem um vencedor? Justifica a tua resposta.

TRÊS EM LINHA

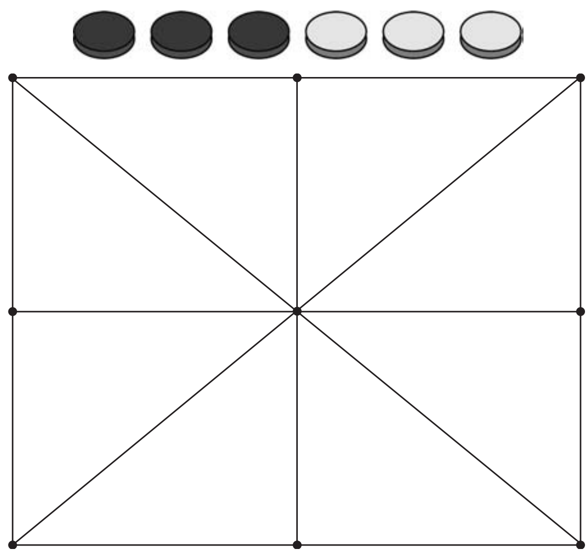
O «três em linha» é um jogo antigo que consta de um tabuleiro quadrado em que figuram as diagonais e duas linhas paralelas aos lados pelo ponto médio (paralelas médias). A intersecção destas linhas corresponde aos pontos, ou casas, em que se colocam as fichas.

Número de participantes

Neste jogo participam dois jogadores.

Material

Para este jogo, é necessário um tabuleiro com 9 casas ou pontos e 3 fichas de cores diferentes para cada jogador. O tabuleiro é um quadrado semelhante ao da direita.



Objectivo

Neste jogo, cada jogador tem como objectivo colocar as suas 3 fichas numa mesma linha (horizontal, vertical ou diagonal).

Regras do jogo

1.ª Tira-se à sorte o jogador que começa a jogar.
2.ª Cada jogador coloca as fichas de forma alternada.
3.ª Cada jogador, na sua vez, joga deslocando uma ficha para uma posição contígua, seguindo as linhas do tabuleiro.
4.ª Ganha o jogador que conseguir pôr as suas 3 fichas em linha recta (horizontal, vertical ou diagonal).

Experimenta e joga

1 **Joga várias partidas com um colega para te familiarizares com o jogo.**

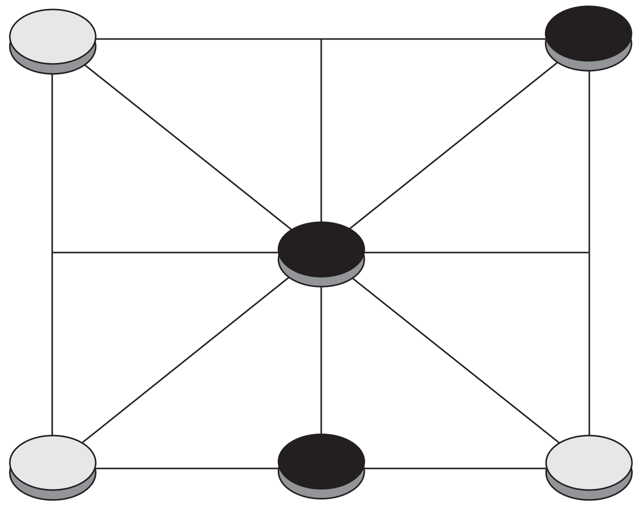
2 **Joga 4 partidas com um colega. Em 2 jogos, será um dos jogadores a começar a pôr as fichas e, nas 2 partidas seguintes, começará o outro jogador.**

a) Qual é a jogada que preferes fazer quando começas a jogar?

b) Encontras alguma vantagem em seres o primeiro a jogar?

Investiga e procura estratégias

1 **Imagina que a situação do tabuleiro é a seguinte.**

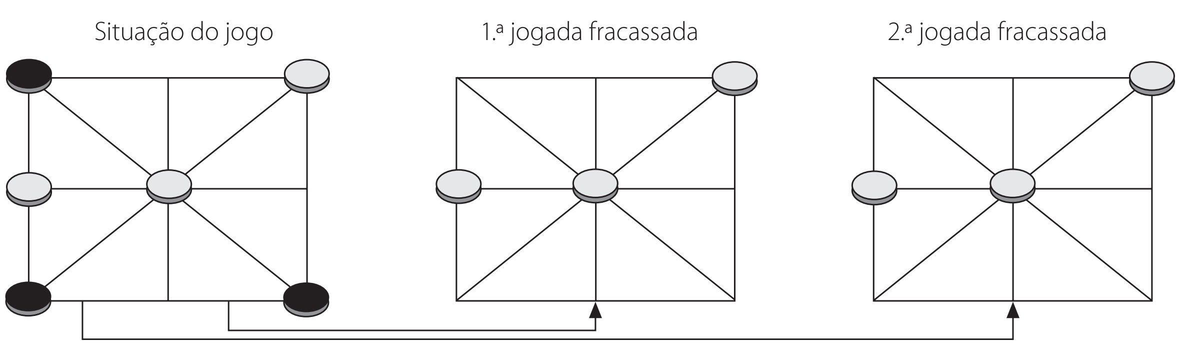


a) Joga com um colega com as fichas nesta posição. Quem ganha?

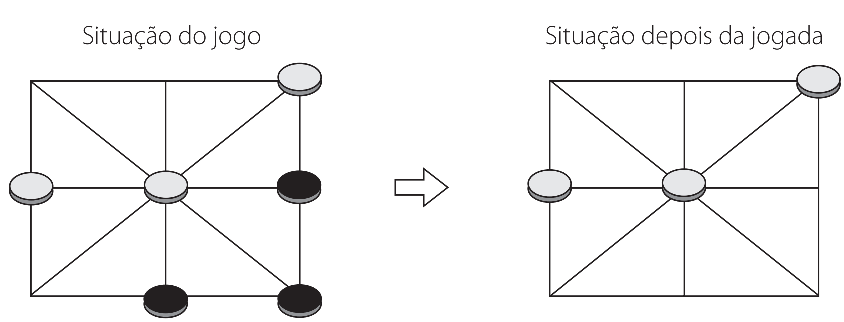
b) Achas que o jogo tem um vencedor?

2 **Observa os tabuleiros seguintes. Um jogo encontra-se na situação indicada pelo tabuleiro da esquerda e a vez de jogar cabe a quem tem as fichas pretas. Indica duas jogadas das fichas pretas que levariam à derrota. Desenha como ficariam posicionadas as fichas pretas depois destas jogadas.**

JOGADAS FRACASSADAS DAS FICHAS PRETAS



3 **Depois de várias jogadas, o jogo encontra-se na situação indicada pelo tabuleiro de baixo, à esquerda. Há algum jogador que seja o vencedor mais provável?**
Se coubesse a vez de jogar ao jogador que ficou com as fichas pretas, que jogada poderá este fazer? Desenha as fichas pretas.



Jogos do tipo «Nim» e «Mancala»

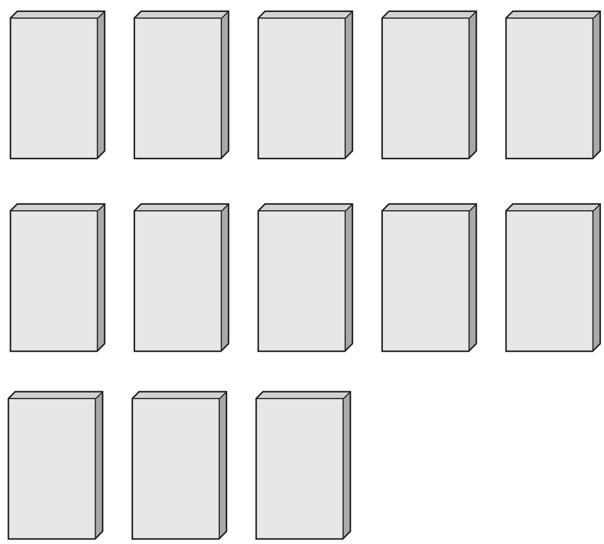
O ÚLTIMO A RETIRAR GANHA

Número de participantes

É um jogo para dois jogadores.

Material

O material consta de 13 fichas, cartolinas ou cartões.



Objectivo

O objectivo deste jogo é conseguir retirar a última ficha, e o jogador que o conseguir ganhará.

Regras do jogo

1.ª Tira-se à sorte o jogador que começa a jogar.
2.ª Cada jogador retirará à vez 1, 2 ou 3 fichas.
3.ª Ganha o jogador que retirar a última ficha.

Nota: Nos jogos do tipo «Nim», a última regra pode mudar, e então perde o jogador que retira a última ficha.

Experimenta e joga

1 **Joga várias partidas com um colega até descobrires quantas fichas têm de ficar, no mínimo, na última jogada para ganhar.**

Investiga e procura estratégias

Para descobrires a estratégia vencedora, vamos começar pelo fim.

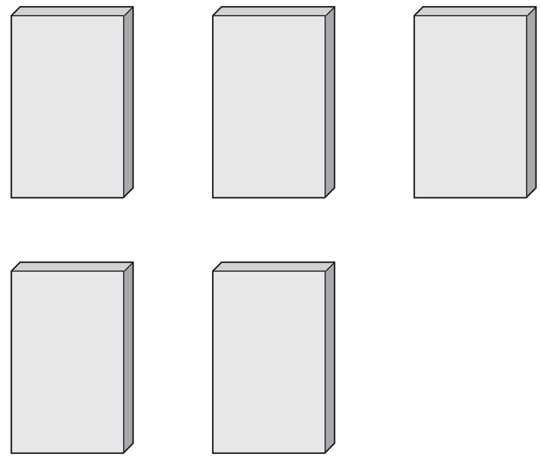
1 **Imagina que no fim o teu adversário te deixa 1 ficha. Quem é ganha?**

a) O que aconteceria se te deixasse 2 fichas?

b) E se te deixasse 3 fichas?

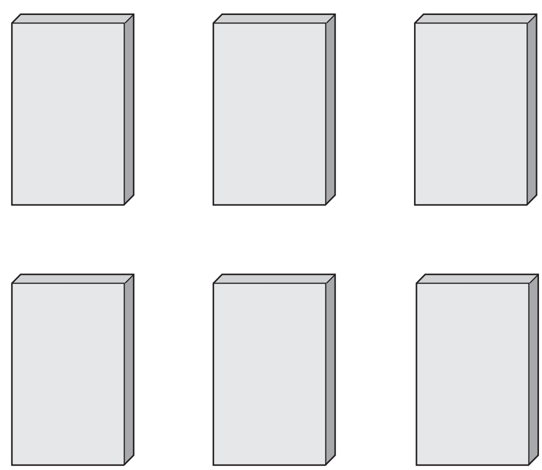
2 **O que acontece se o outro jogador te deixar 4 fichas?**

a) Se se verificasse a situação seguinte, terias hipótese de ganhar?



b) Porquê?

3 **Imagina que é a tua vez de jogar e que se encontram 6 fichas em cima da mesa. Quantas fichas deverias retirar para teres a certeza de que ganhas?**



a) E se fossem 7 fichas?

b) E se fossem 8 fichas?

Deves ter reparado que há situações em que podes sempre ganhar e outras em que perderás certamente se o teu adversário jogar bem. Às últimas situações vamos chamar situações fatais.
Observa que, se o número de fichas que o adversário nos deixar for 1, 2 ou 3, ganhamos porque as podemos retirar todas.

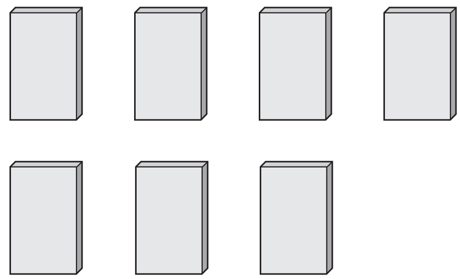
4 **Encontra todas as situações fatais que se podem verificar neste jogo.**

5 **Qual é a melhor jogada inicial se houver 5 fichas?**
Algum jogador tem vantagem?

6 **Imagina que deixas 4 fichas ao teu adversário. Estarás a colocá-lo numa situação fatal?**
Porquê?
E se lhe deixares 8 fichas?
Porquê?

O ÚLTIMO A RETIRAR PERDE

Imagina que o número de fichas é 7 e que as regras do jogo são as que se indicam.



Objectivo

O objectivo do jogo é conseguir que o outro jogador retire a última ficha.

Regras do jogo

1.ª Tira-se à sorte o jogador que começa a jogar.
2.ª Cada jogador retirará, à vez, 1 ou 2 fichas.
3.ª Perde o jogador que retirar a última ficha.

Investiga e procura estratégias

1 **Joga algumas partidas com um colega. Depois, responde às perguntas seguintes.**

a) O que acontece se o teu adversário te deixar 1 ficha?

b) E se te deixar 2 fichas?

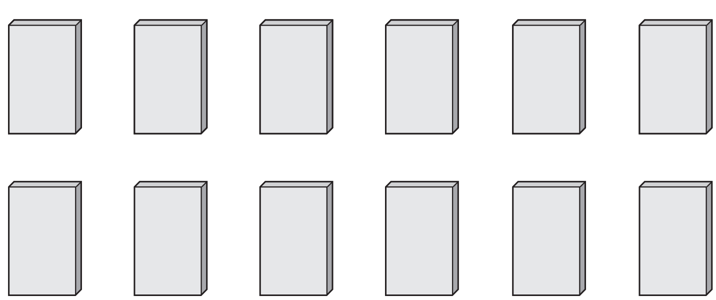
c) E se te deixar 3 fichas?

d) Qual é a estratégia vencedora?

e) Que jogador tem vantagem?

f) Que jogador ganha com toda a probabilidade se os dois jogarem bem? Porquê?

2 **Imaginemos agora que jogamos com 12 fichas e com as regras anteriores.**



a) Qual seria a estratégia vencedora?

b) Que jogador gostarias de ser: o que começa a jogar ou o outro?

c) Qual é o jogador que apresenta a estratégia vencedora?

d) Qual deve ser a 1.ª jogada do jogador que começa a jogar?

UM «NIM» DE TRÊS FILAS DO TIPO 345

O «Nim» é um dos jogos mais antigos que se conhecem e é originário da China.
A palavra «nim» significa «roubar» e é um termo que foi utilizado por Shakespeare.

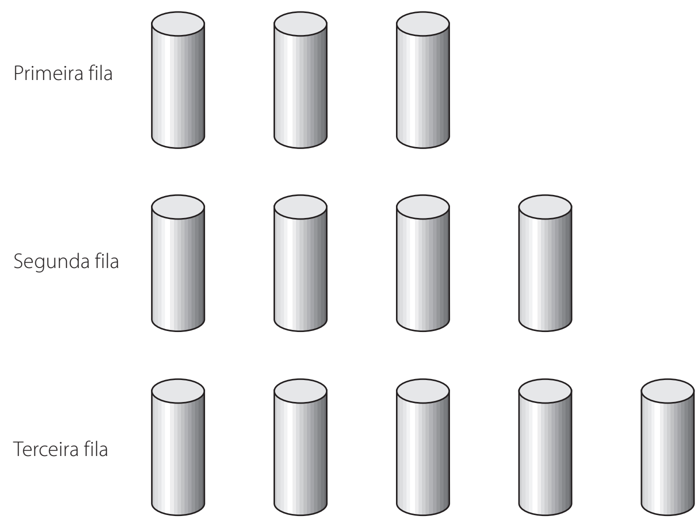
Número de participantes

É um jogo para dois jogadores.

Material

O material utilizado consiste em fósforos, fichas, moedas ou peças pequenas, distribuídas da maneira que de seguida se apresenta.

As fichas colocam-se em filas. A primeira fila pode ter uma ou várias fichas; a segunda fila terá mais uma ficha em relação à primeira; a terceira fila terá mais uma ficha em relação à segunda, etc.



Objectivo

O objectivo de cada jogador neste jogo é conseguir retirar a última peça.

Regras do jogo

1.ª Os jogadores retiram, à vez, tantas peças quantas desejarem de uma mesma fila.
2.ª Ganha o jogador que retira a última peça.

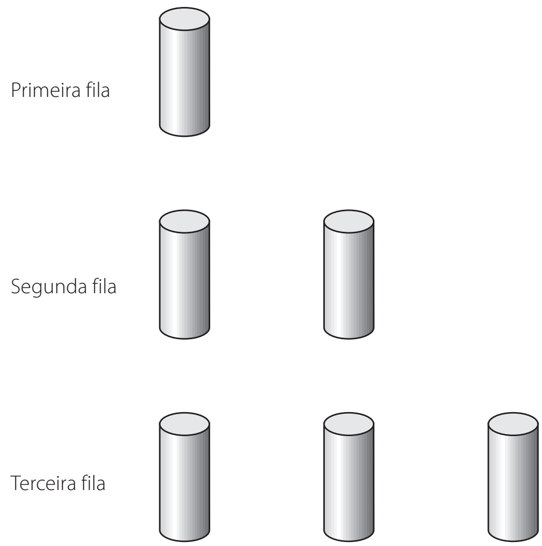
Nota: O objectivo e a regra 2 do jogo «Nim» podem ser contraditórios.
Objectivo: cada jogador tenta conseguir que o adversário retire a última ficha.
Regra 2: perde o jogador que retira a última ficha.

Experimenta e joga

1 **Joga várias partidas com um colega para te familiarizares com o jogo.**

2 **A estratégia mais adequada para realizar uma análise do jogo é começar pelo fim, de maneira que seja possível identificar as situações fatais que se verificam quando restam poucas peças. Esta técnica permitirá encontrar as sucessivas situações que conduzem à derrota, com o que poderemos saber como devemos agir desde o início. A estratégia é jogar da forma contrária em situações fatais.**

3 **Começaremos por jogar num «Nim» mais pequeno e com as mesmas regras, como o que se segue.**



Ao jogares várias partidas, irás descobrir como jogar da forma contrária numa situação fatal.

a) **Codificação.**
Anota todas as situações fatais que encontrares neste «Nim». Uma maneira de o fazer é indicar o número de peças que sobram por fila, ou seja, a situação inicial neste «Nim» seria: 123.
A este processo chama-se codificar, isto é, estabelecemos um código para que qualquer pessoa possa compreender como estão colocadas as peças e para que saiba como se desenvolve o jogo.

b) **Codificação das jogadas.**
Se o primeiro jogador retirar a ficha da 1.ª fila, a jogada codifica-se desta forma:

Primeira jogada 123 → 023

O que acontece se o teu adversário te deixar na situação 022?
E se te deixar na situação 110?
Será a situação 101 uma situação fatal para o jogador que tem a vez de jogar?
Porquê?

c) Neste «Nim», que jogador perderá sempre se o outro jogador jogar bem?

d) No «Nim» de partida, descobre todas as situações fatais e assim conseguirás ganhar sempre.

e) Há algum jogador que tenha vantagem?

O CÍRCULO MISTERIOSO

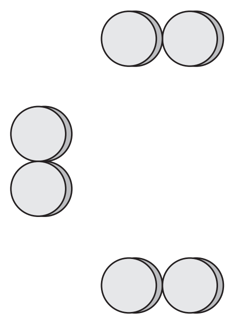
Este jogo foi inventado por Sam Loyd e tem a mesma finalidade que o «Nim».

Número de participantes

É um jogo para dois jogadores.

Material

É necessário um número par de fichas, dispostas formando um círculo.
O número de fichas é variável, sendo de 8 fichas no caso que se segue.



Objectivo

O objectivo é procurar estratégias vencedoras para conseguir retirar a última ficha.

Regras do jogo

1.ª Os jogadores retiram, à vez, 1 ou 2 fichas, mas, caso se retirem 2 fichas, estas têm de estar posicionadas uma ao lado da outra, sem que haja espaço entre as mesmas.
2.ª Os jogadores retiram as fichas alternadamente.
3.ª Ganha o jogador que retira a última ficha.

Experimenta e joga

1 **Joga algumas partidas para descobrires as regularidades e encontra uma codificação adequada para anotar todos os movimentos do jogo.**

Investiga e procura estratégias

1 **Quem ganha sempre?**

2 **É possível terminar em empate?**

3 **Coloca no círculo um número ímpar de fichas. Acontece o mesmo que anteriormente?**

4 **O número de fichas tem alguma influência?**

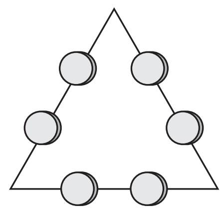
O TRIÂNGULO ESTRAGADO

Número de participantes

É um jogo para dois jogadores.

Material

São necessárias 6 fichas colocadas dos lados de um triângulo equilátero, posicionando-se 2 fichas de cada lado.



Objectivo

O objectivo de cada jogador é retirar a última ficha.

Regras do jogo

1.ª Tiram-se as fichas, de uma em uma ou de duas em duas, mas, caso se retirem duas, têm de ser do mesmo lado.
2.ª Os jogadores retirarão as fichas alternadamente.
3.ª Ganha o jogador que retirar a última ficha.

Experimenta e joga

1 **Podes codificar como nos casos anteriores. A situação de partida codifica-se como 222.**

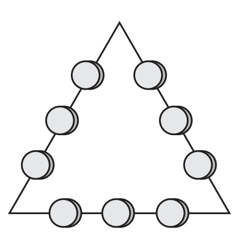
a) Desenha as seguintes situações: 011, 110 e 101. São situações fatais?

b) Porquê?

c) Analisa as situações 022 e 122. Como são estas situações para o jogador a quem cabe a vez de jogar? Anota o desenvolvimento do jogo.

Situação 022 | Situação 122

2 **Seguindo as regras anteriores, joga agora com 3 fichas de cada lado.**



A CADEIA

Para este jogo podem utilizar-se diferentes objectos (fichas, botões, moedas, chapas, etc.) ou desenhar-se círculos numa folha de papel. O objectivo é o mesmo dos jogos anteriores: retirar a última ficha.

Número de participantes

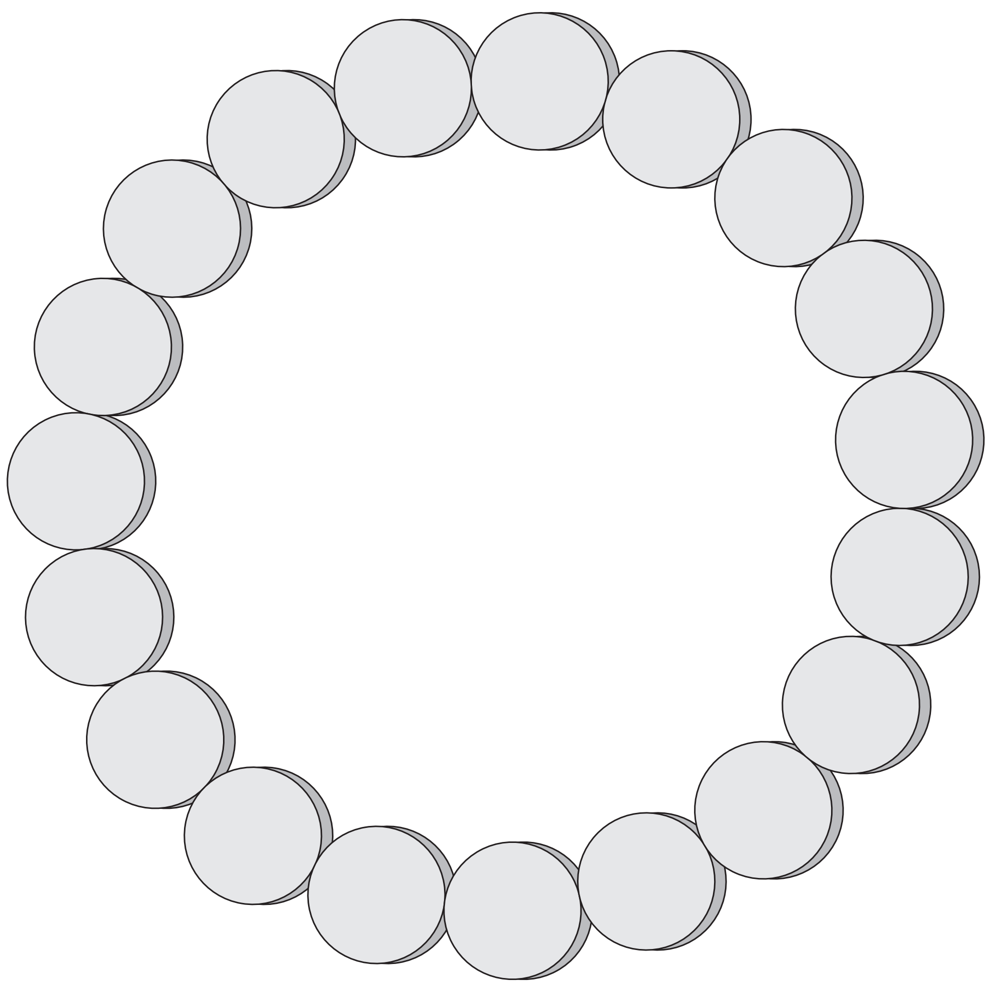
É um jogo para dois jogadores.

Material

O material consiste em 19 moedas dispostas formando um círculo. O número de moedas é variável e pode ser maior ou menor, conforme decidam os jogadores.

Regras do jogo

1.ª Tira-se à sorte o jogador que começa a jogar.
2.ª Cada jogador, à vez, retira uma moeda ou duas moedas que estejam em contacto.
3.ª O vencedor é o jogador que retira a última moeda da cadeia.



Qual é a estratégia vencedora?

«MANCALA»

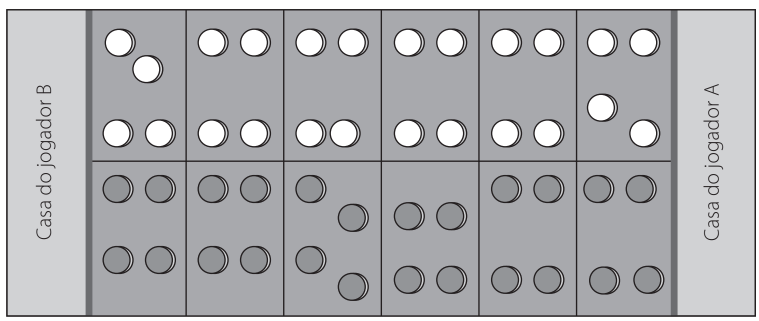
«Mancala» é uma família de jogos que tem origem em África. Existem registos de cerca de 200 jogos desta família. Um deles é o «Wari», que é conhecido como o xadrez de África.
O «Wari» é muito popular na Costa do Marfim e nas Caraíbas, onde os descendentes dos escravos negros ainda o conservam.

Número de participantes

É um jogo para dois jogadores.

Material

Usam-se 12 recipientes com 4 fichas, pedras ou sementes cada um, mais 2 recipientes para pôr as fichas ou pedras que cada jogador ganha. O tabuleiro é composto por 2 filas de 6 covas ou recipientes, uma para cada jogador. A casa ou recipiente para as fichas que cada jogador ganha encontra-se à sua direita.



Objectivo

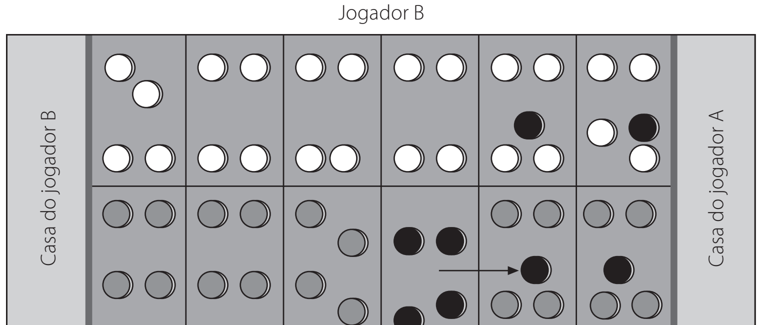
Cada jogador tentará conseguir o número máximo de fichas ou pedras do jogador contrário.

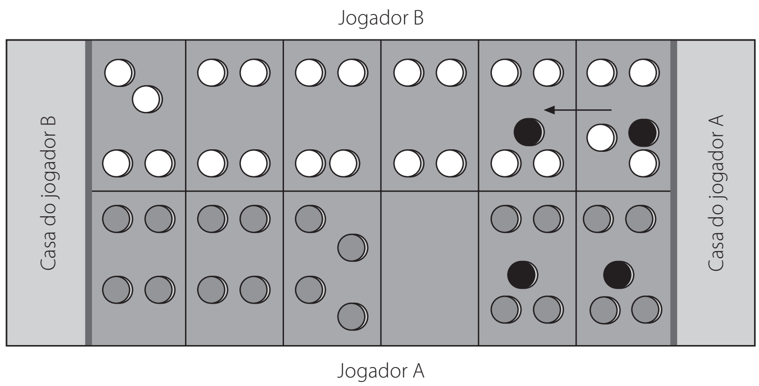
Regras do jogo

1.ª Tira-se à sorte o jogador que começa a jogar.

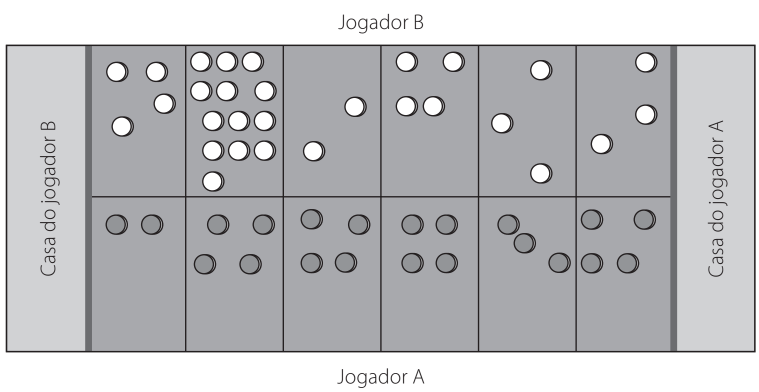
2.ª Em cada jogada, um jogador escolhe um recipiente, pega em todas as suas pedras e deposita-as, uma a uma, nos recipientes que se seguem (tanto nos recipientes do jogador que está a jogar como nos recipientes do adversário), em sentido contrário ao dos ponteiros do relógio.
Por exemplo, se o jogador A escolher o recipiente cujas pedras pintámos de preto, estas seriam distribuídas como a seta indica, e o tabuleiro ficaria como se apresenta.

3.ª Ganha o jogador que conseguir a maioria das fichas (25 fichas ou mais). Nesse momento, o jogo termina.





a) Se o recipiente que se escolher tiver muitas pedras (pode acontecer quando se tiverem realizado várias jogadas), dá-se a volta completa ao tabuleiro; neste caso, o recipiente de que tiramos as pedras deve saltar-se.
Este recipiente tem de ficar vazio nessa jogada. Por exemplo, depois de várias jogadas, o tabuleiro ficará como se apresenta de seguida, e o jogador a quem cabe a vez de jogar escolhe o recipiente que tenha 13 fichas.



b) Se, ao depositar a última pedra ou ficha num movimento, o fizer num recipiente do jogador contrário e o referido recipiente contiver 2 ou 3 pedras (contando a pedra que se acaba de depositar), estas ficam para o outro jogador e serão depositadas na sua casa.
Nessa situação, o jogador distribui as 13 fichas ou pedras e o tabuleiro fica como se apresenta na figura.

Experimenta e joga

1 **Joga com um colega para te familiarizares com o jogo e descobrires qual é o recipiente que te interessa escolher para conseguires mais fichas ou pedras do teu colega.**

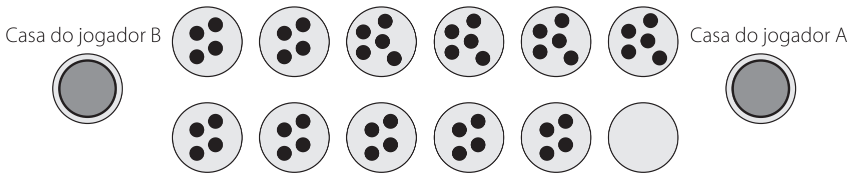
Várias jogadas de uma partida de «Wari»

1 **Para desenvolver esta partida de «Wari», representaremos as covas e as casas dos jogadores por meio de círculos. Na figura seguinte, numeraram-se as covas do tabuleiro. Os dois círculos dos lados correspondem às casas dos dois jogadores. As fichas dos jogadores são pretas.**

Imaginemos que a partida é iniciada pelo jogador A, que joga com a fila de covas de baixo.

Primeira jogada

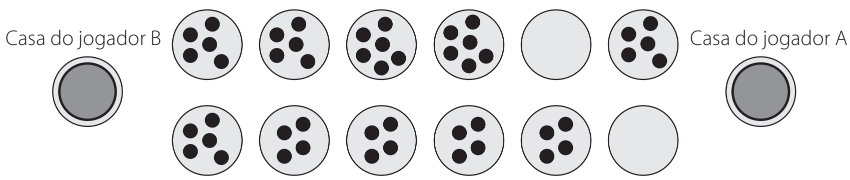
- No tabuleiro anterior, o jogador A escolhe a cova 12 e distribui as 4 fichas que tem a partir da cova 1.
  O tabuleiro fica assim:



Pontuação

A	B
0	0

- No tabuleiro anterior, o jogador B escolhe a cova 2 e distribui as 5 fichas que tem a partir da cova 3.
  O tabuleiro fica assim:

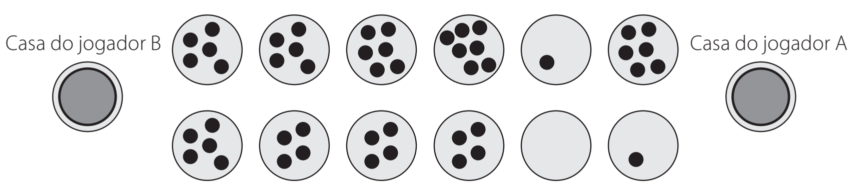


Pontuação

A	B
0	0

Segunda jogada

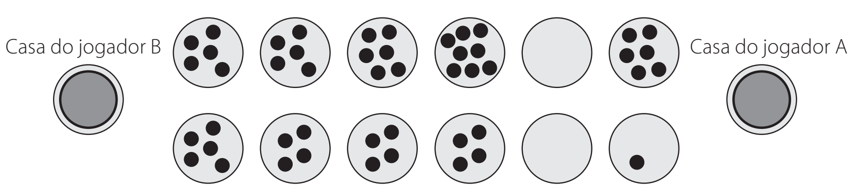
- No tabuleiro anterior, o jogador A escolhe a cova 11 e distribui as 4 fichas que tem a partir da cova 12.
  O tabuleiro fica assim:



Pontuação

A	B
0	0

- No tabuleiro anterior, o jogador B escolhe a cova 2 e deixa a ficha que tem na cova 3. O tabuleiro fica assim:

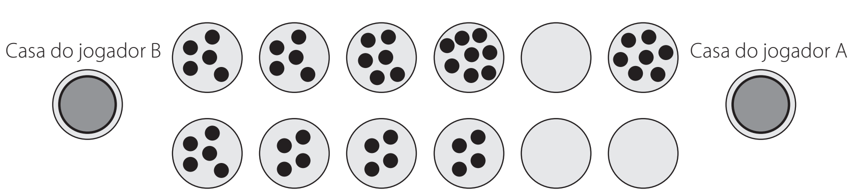


Pontuação

A	B
0	0

Terceira jogada

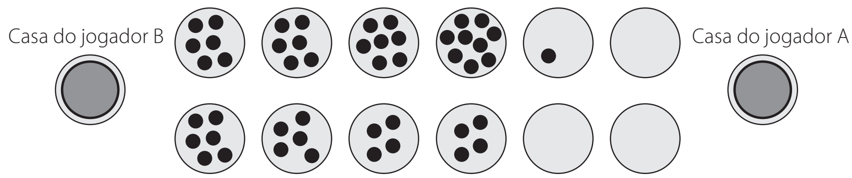
- No tabuleiro anterior, o jogador A escolhe a cova 12 e deixa 1 ficha que tem na cova 1, que fica com 7 fichas.
  O tabuleiro fica assim:



Pontuação

B	A
0	0

- No tabuleiro anterior, o jogador B escolhe a cova 1 e distribui as 7 fichas que tem a partir da cova 2.
  O tabuleiro fica assim:

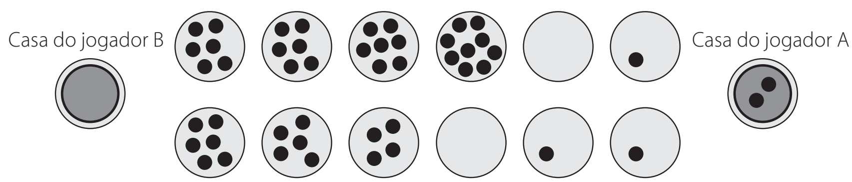


Pontuação

B	A
0	0

Quarta jogada

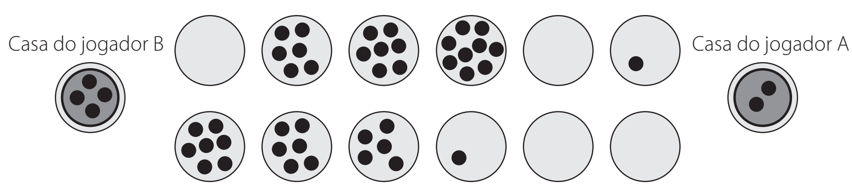
- No tabuleiro anterior, o jogador A escolhe a cova 10 e distribui as 4 fichas que tem a partir da cova 11. Como depois da distribuição a cova 2 fica com 2 fichas, estas passam para a casa do jogador A.
  O tabuleiro fica assim:



Pontuação

B	A
0	2

- No tabuleiro anterior, o jogador B escolhe a cova 6 e distribui as 6 fichas que tem a partir da cova 7. Como as covas 11 e 12 ficam com 2 fichas cada uma, estas passam para a casa do jogador B.
  O tabuleiro fica assim:



Pontuação

B	A
4	2

2 **Desenha como ficariam os tabuleiros se o jogador A escolhesse, na sua vez, a cova 10 e o jogador B escolhesse a cova 5.**
Como ficaria a pontuação no fim desta jogada?

Depois de jogar o jogador A

Pontuação

B	A

Depois de jogar o jogador B

Pontuação

B	A

Continua este jogo.

Jogos e actividades lúdicas com números

NÚMEROS CONSECUTIVOS

Experimenta, investiga e completa

1 **Escreve os números de 1 a 30, como soma de números consecutivos. Trata-se de uma actividade individual cujo objectivo é o desenvolvimento de competências numéricas.**
Por exemplo: $3 = 1 + 2$; $5 = 2 + 3$; $6 = 1 + 2 + 3$
Se algum número tiver mais de uma solução, esta também deverá escrever-se.

$3 =$		$17 =$
$4 =$		$18 =$
$5 =$		$19 =$
$6 =$		$20 =$
$7 =$		$21 =$
$8 =$		$22 =$
$9 = 4 + 5$	e também $9 = 2 + 3 + 4$	$23 =$
$10 =$		$24 =$
$11 =$		$25 =$
$12 =$		$26 =$
$13 =$		$27 =$
$14 =$		$28 =$
$15 =$		$29 =$
$16 =$		$30 =$

Observa os resultados e responde

1 **Que tipo de número obtemos quando somamos dois números consecutivos?**

2 **Pode obter-se um número par como resultado da soma de dois números consecutivos? Porquê?**

3 **Repara nos números que são soma de três números consecutivos. Que propriedade têm estes números em comum?**

4 **Repara na actividade 1. Que números não podem apresentar-se como soma de vários números consecutivos? Que propriedade têm em comum?**

5 **Vimos que a soma de três números consecutivos é sempre um múltiplo de 3. Se quiseres verificar esta propriedade, podes escolher três números consecutivos, por exemplo $3k - 1$, $3k$ e $3k + 1$. Faz a soma e confirma se desta resulta um número múltiplo de 3.**

Escreve a soma resultante como o produto de um número por 3.

Esta é uma demonstração da propriedade que se segue.

«A soma de três números consecutivos é igual a um múltiplo de 3.»

QUADRADOS MÁGICOS

Um quadrado numérico apresenta-se como quadrado mágico se a soma dos números de cada linha for igual à soma dos números de cada coluna e à soma dos números de cada diagonal.
Por exemplo, podes confirmar facilmente por meio de adições que o quadrado que se segue é um quadrado mágico.
O objectivo destas actividades é conseguir competências numéricas e alargar o vocabulário com as palavras «linha», «coluna» e «diagonal».

2	7	6
9	5	1
4	3	8

Observa os resultados e responde

1 **Verifica, recorrendo a adições, que o quadrado anterior é um quadrado mágico.**

DIAGONAIS

___ + ___ + ___ = ___ ___ + ___ + ___ = ___

LINHAS	COLUNAS
___ + ___ + ___ = ___	___ + ___ + ___ = ___
___ + ___ + ___ = ___	___ + ___ + ___ = ___
___ + ___ + ___ = ___	___ + ___ + ___ = ___

A soma é 15, sendo igual para todas as linhas, e chama-se «soma mágica».

2 **Imagina que queres formar o quadrado anterior com algarismos de 1 a 9. Como farias?**

a) Descobre a soma mágica, ou seja, quanto soma cada linha.

Tem em conta que:
- A soma dos 9 números é:
  1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45
- Devem existir 3 filas de números que somem o mesmo.
  A soma mágica será: 45 ___ = ___

b) Descobre os números que tens de pôr em cada casa.

Tem em conta que:
- O 5 deve estar no centro, porque se usa em 4 somas.
- O 1 se usa sozinho em 2 somas, logo, deve estar numa das duas casas sombreadas.

Se se puser o 1 à direita, à esquerda deve colocar-se o 9.
- O 4 também figura em 2 somas, logo, deve estar num dos vértices.

Agora já podes terminar o quadrado.

c) Explica como completaste o quadrado.

	5	1
4		

3 **Adiciona 4 a cada número do quadrado mágico que construíste.**

2	7	6
9	5	1
4	3	8

a) Tens como resultado um novo quadrado mágico? Verifica-o.

DIAGONAIS

___ + ___ + ___ = ___ ___ + ___ + ___ = ___

LINHAS	COLUNAS
___ + ___ + ___ = ___	___ + ___ + ___ = ___
___ + ___ + ___ = ___	___ + ___ + ___ = ___
___ + ___ + ___ = ___	___ + ___ + ___ = ___

b) Qual é a soma mágica neste quadrado?

4 **Se multiplicarmos cada número do quadrado mágico por uma quantidade constante, este continua a ser mágico? Verifica-o multiplicando por 4 os números deste quadrado mágico.**

2	7	6
9	5	1
4	3	8

a) Verifica que o quadrado obtido é um quadrado mágico.

DIAGONAIS

___ + ___ + ___ = ___ ___ + ___ + ___ = ___

LINHAS	COLUNAS
___ + ___ + ___ = ___	___ + ___ + ___ = ___
___ + ___ + ___ = ___	___ + ___ + ___ = ___
___ + ___ + ___ = ___	___ + ___ + ___ = ___

b) Qual é a soma mágica neste novo quadrado?

5 **Repara neste quadrado mágico.**
As casas pintadas de cinzento-claro e os números correspondentes chamam-se termos médios, as casas pintadas a cinzento-escuro são os termos canto ou cantos e a casa branca é o termo central.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

a) Que relação existe entre dois termos simétricos: (2 e 8), (4 e 6), (3 e 7), (1 e 9) e o termo central?

b) Que relação existe entre a soma dos quatro termos dos cantos e o termo central?

Completa os quadrados mágicos

1 **Calcula e responde, antes de resolveres os seguintes quadrados mágicos.**

a) Quanto somam os números das duas casas sombreadas do quadrado I)?

b) Quanto somam os números das duas casas sombreadas do quadrado II)?

c) Quanto somam os números das duas casas sombreadas do quadrado III)?

d) Quanto somam os números das duas casas sombreadas do quadrado IV)?

e) Resolve os quadrados mágicos I), II), III) e IV).

I)

18		
	14	
	12	10

III)

39		35
	33	
		27

II)

22	14	6
12		

IV)

		23
	29	33
35		

2 **Calcula e responde, antes de resolveres os quadrados mágicos seguintes.**

a) Quanto somam os números das quatro casas dos cantos no quadrado I)?

b) E qual é a soma dos quatro números das casas dos cantos no quadrado II)?

I)

		35
15	17	19
		18

II)

	19	
25	11	21

Algumas propriedades dos quadrados mágicos

1 **Até agora, vimos de forma prática algumas propriedades dos quadrados mágicos. De seguida, vamos generalizá-las.**
Neste quadrado mágico codificaram-se os termos.

E(1)	M(1)	E(2)
M(4)	C	M(2)
E(4)	M(3)	E(3)

- C é o termo central, que se usa em 4 somas.
- E(1), E(2), E(3) e E(4) são os termos dos cantos e usam-se em 3 somas.
- M(1), M(2), M(3) e M(4) são os termos médios, que se usam em 2 somas.

Escreve com estes símbolos as propriedades seguintes.

1.ª A soma de 2 números de duas casas simétricas relativamente ao centro é igual ao dobro do termo central:

2.ª A soma dos quatro números dos cantos é igual a quatro vezes o termo central:

2 **Observa e completa em cada caso o número que falta.**

a) M(4) + M(2) = $\square$ C

b) E(2) + E(4) = $\square$ C

c) E(1) + E(3) = $\square$ C

d) M(1) + M(3) = $\square$ C

Resolve os quadrados mágicos, conhecendo quatro dos números que os formam.

	12	8
	2	19

7		5
15		13

11	13	
15	5	

15	10	
	18	13

O PRODUTO MÁXIMO

Número de participantes

Trata-se de um jogo para ser realizado por duas pessoas.

Material

É necessário usar lápis e papel.

Objectivo

Utilizando os algarismos de 1 a 9, o objectivo é formar dois números de três algarismos diferentes e multiplicá-los.

Regras do jogo

1.ª Formam-se grupos de dois alunos.
2.ª Cada jogador escolhe dois números de três algarismos diferentes, podendo o segundo número ter algarismos iguais aos do primeiro, desde que estejam posicionados em lugares diferentes.
3.ª Os dois jogadores multiplicam os seus números e mostram os resultados.
4.ª Ganha o jogador que conseguir o produto máximo.
5.ª Se os dois jogadores obtiverem o mesmo produto, jogam de novo.

Experimenta, joga e investiga

1 **Joga com um colega algumas partidas e, depois, escreve os números que escolherias para tentar ganhar.**

Primeiro número: Segundo número:

Produto = ________________ × ________________ = ________________

2 **Joguem novamente, respeitando a condição de que o segundo número não pode apresentar os algarismos do primeiro.**
Escreve os números que escolherias nesta segunda partida.

Primeiro número: Segundo número:

Produto = ________________ × ________________ = ________________

3 **Responde às questões.**

a) Se tiveres de jogar uma única partida, qual deverá ser o primeiro algarismo dos números, para que o produto seja máximo?

b) Qual deverá ser o segundo?

c) E o terceiro?

QUADRADO MÁGICO DE 4 × 4

Trata-se de um jogo ou actividade lúdica para um único jogador.
O material é o quadrado de 4 × 4 que abaixo se apresenta.

16			13
	10	11	
			12
4	15	14	1

O objectivo consiste em completar o quadrado mágico com os números de 1 a 16, tendo em conta os números que já figuram no quadrado.

Experimenta, joga e investiga

1 **Observa a disposição dos números conhecidos e resolve.**

a) Calcula a soma mágica neste quadrado.

___ + ___ + ___ + ___ = ___

b) Qual é a linha, diagonal ou coluna mais fácil de completar?

c) Que linha, diagonal ou coluna podes completar a seguir?

d) Continua a completar linhas e colunas até obteres todo o quadrado.

Adiciona 10 a cada número do quadrado anterior e verifica que o quadrado obtido também é mágico.

e) Agora, multiplica por 10 cada número do primeiro quadrado. Tens como resultado um quadrado mágico?

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

⇨

O JOGO DO «50»

Trata-se de um jogo ou actividade lúdica para um único jogador.
O material é o quadrado de 4 × 4 que abaixo se apresenta.
O quadrado numérico é formado por 16 números consecutivos a partir do número 5.

5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20

Regras do jogo

1.ª Escolhe-se um número qualquer do quadrado anterior e assinala-se a linha e coluna onde estiver o referido número.
2.ª Depois, escolhe-se outro número e assinala-se a linha e a coluna em que se encontrar.
3.ª Repete-se este processo mais duas vezes.

Experimenta e aplica as regras

1 **Começa por escolher um número qualquer, por exemplo o 11, e escreve os números que sobram.**

a)

5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20

Escolhe outro número em b), por exemplo o 20, e faz o mesmo.

b)

5	6		8
13	14		16
17	18		20

Escolhe um dos quatro números que sobram em c), por exemplo o 14, e faz o mesmo. Assim, sobra um único número.

c)

5	6		
13	14		

Finalmente, escolhe em d) o número que sobra.

d)

5			

Investiga e procura propriedades

1 **Observa de novo o primeiro quadrado de números da página anterior.**

a) Os números da primeira coluna são: 5, 9, 13 e 17.
Compara cada número com o seguinte. Que relação existe entre eles?

b) Que relação existe entre os números da segunda coluna?

c) E entre os números da terceira coluna?

2 **Estuda a relação que existe entre a primeira e a segunda linhas. Faz o mesmo com a primeira e a terceira linhas, e com a primeira e a quarta linhas.**
Observa os resultados e escreve uma conclusão.

5	6	7	8
$5 + 4$	$6 + 4$	$7 + 4$	$8 + 4$

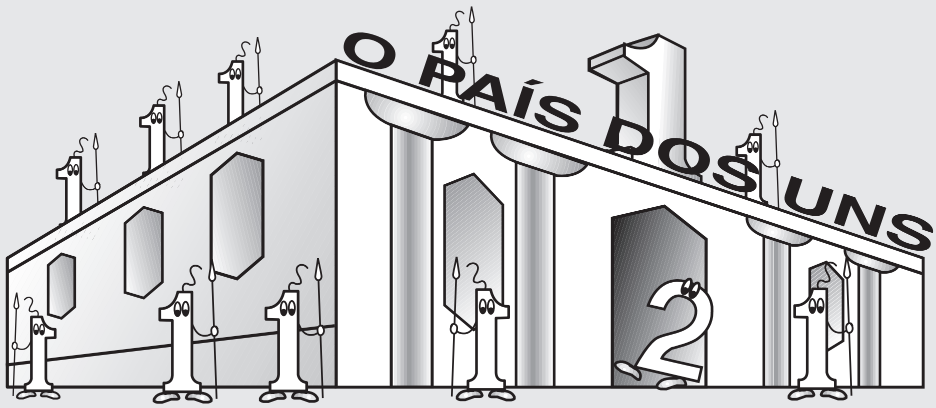
3 **Joga no quadrado de 5×5 e descobre se se verificam as propriedades anteriores.**

10	11	12	13	14
15	16	17	18	19
20	21	22	23	24
25	26	27	28	29
30	31	32	33	34

O PAÍS DOS «UNS»

Trata-se de uma actividade individual, baseada na narrativa que se segue.

Era uma vez o número «dois», que passou pelo país dos «uns». Os guardas do país prenderam-no porque não o conheciam, enquanto ele chorava e dizia:
— Sou um «dois», sou um «dois»!



Levaram-no à presença do rei 1 e este perguntou-lhe:
— Quem és tu?
— Sou um «dois». No país de onde venho há dois, três, quatros… e todos provêm dos uns.
— Como é possível?
— Já vai ver. Nós surgimos desta maneira:

$1 + 1 = 2$
$2 + 1 = 3$
$3 + 1 = 4$
…

— Mas o rei Quebra-Somas apareceu e proibiu-nos de realizar esta operação. Por isso tivemos de inventar outra operação que designámos por produto. Foi assim que resolvemos o problema:

$11 \times 11 = 121$
$111 \times 111 = 12\,321$
$1111 \times 1111 = 1\,234\,321$
…

Desta maneira surgiram todos os números conhecidos.
O rei 1 entusiasmou-se tanto com esta descoberta que pôs todos os matemáticos do seu reino a trabalhar.
Não há registo de todas as descobertas que os matemáticos fizeram.
Imaginemos que o rei nos tinha posto a trabalhar sobre este assunto. Serias capaz de investigar o que descobriram?

1 **Escreve o resultado sem fazer a multiplicação.**

a) $11\,111 \times 11\,111 =$

b) $111\,111 \times 111\,111 =$

c) $1\,111\,111 \times 1\,111\,111 =$

d) $11\,111\,111 \times 11\,111\,111 =$

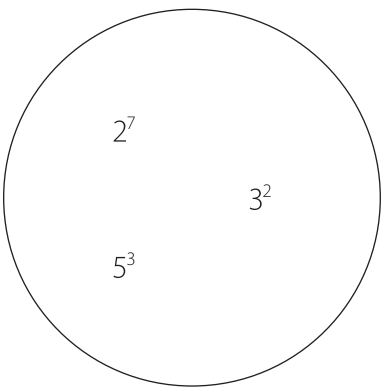
TRÊS EM LINHA E QUATRO EM LINHA COM NÚMEROS

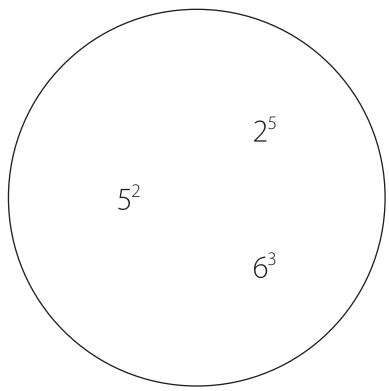
Três em linha com números

Este é um jogo para dois jogadores.
Cada jogador deve ter um quadrado de potências de 3 × 3, como o da figura seguinte.

Regras do jogo

1.ª Tira-se à sorte o jogador que faz a primeira jogada.
2.ª Em cada jogada, o jogador escolhe um número de cada um dos círculos. Multiplica ou divide estes números e rodeia o número do quadrado que apresenta o resultado da sua operação.
3.ª Ganha o jogador que conseguir rodear três números em linha na vertical, horizontal ou diagonal.

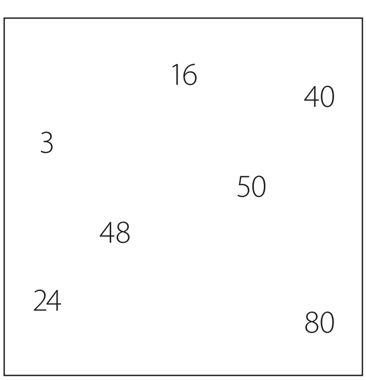


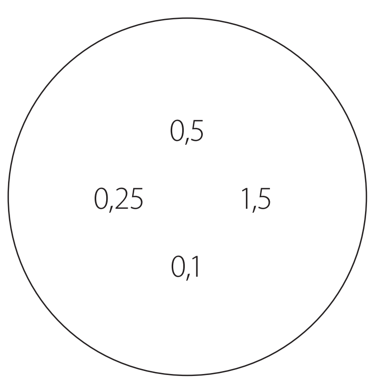


5^5	1	2^{17}
2^2	2^{12}	3
2^7	3^3	5

Quatro em linha com números

Este é um jogo para dois jogadores.
Cada jogador deve ter um quadrado de números de 4 × 4, como o da figura seguinte.
O jogo desenvolve-se de acordo com as regras do jogo anterior.
Neste caso, escolhe-se um número do quadrado e outro do círculo, multiplicam-se e rodeia-se o número do quadrado que apresenta o resultado desta operação.





4	120	5	75
6	10	25	72
12	40	20	3
36	8	24	15

Actividades lúdicas com números

PROBLEMAS DE ENGENHO

O lobo, a couve e a cabra

Um pastor tem de passar um lobo, uma couve e uma cabra de uma margem para a outra de um rio. Dispõe de um barco em que só cabem ele e uma das três coisas que deseja passar.

Por outro lado, sabe que:
- **Se o lobo ficar sozinho com a cabra, come-a.**
- **Se a cabra ficar sozinha com a couve, come-a.**

Como deve agir o pastor?

Completa as frases deste esquema que indicam o que deve levar o pastor em cada viagem de ida para a outra margem do rio e as frases que indicam se regressa sozinho ou com alguma coisa no barco.

Margem de partida (onde estão) ⟵ ⟶ **Margem de chegada (o destino)**

1.º O pastor vai com a cabra para a outra margem.

⟶

2.º O pastor regressa…

⟵

3.º O pastor vai com…

⟶

4.º O pastor regressa…

⟵

5.º O pastor vai com…

⟶

6.º O pastor regressa…

⟵

7.º O pastor faz a sua última viagem com…

⟶

O convidado paga

Dois amigos foram lanchar. Na totalidade, tinham 5 sanduíches: um tinha levado 2 sandes e o outro 3 sandes. Quando se preparavam para comer, apareceu um pastor e convidaram-no para lanchar. O pastor e os dois amigos comeram as 5 sandes em partes iguais.
No fim, o pastor deu 5 € aos seus anfitriões.

O problema que os amigos levantaram dizia respeito à forma como se deveria fazer a divisão do dinheiro para que fosse equitativa, ou seja, para que cada um recebesse o que realmente lhe cabia, de acordo com o número de sandes que tinha levado.
Como se deviam distribuir os 5 €?

Depois de reflectir sobre o problema, decidiram que se distribuiriam os 5 € em partes directamente proporcionais à quantidade de sandes que cada um tivesse dado ao pastor.
Além disso, a parte de sandes que cada um dos amigos e o pastor tinham comido é: $5 : 3 = \frac{5}{3}$.
Que divisão é que eles fizeram?

A tablete de chocolate e a pastilha

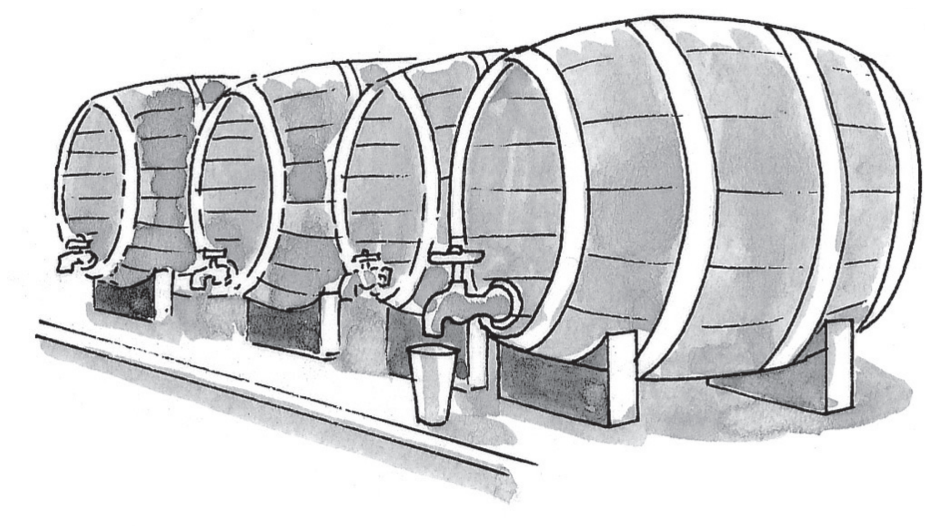
O Sérgio foi comprar uma tablete de chocolate e uma pastilha. Os dois artigos juntos custam 1,10 €. Também se sabe que a tablete de chocolate custa mais 1 € do que a pastilha.

Quanto custa a tablete de chocolate? E a pastilha?

O peso do tonel

Um tonel cheio de vinho pesa 13 kg. Quando se tirou metade do vinho, o tonel pesava 7 quilos. Quanto pesa o tonel vazio?

Chamamos:
$x \rightarrow$ peso do tonel vazio
$y \rightarrow$ peso do vinho quando o tonel está cheio



A filha mais velha toca piano

Dois amigos encontram-se passados muitos anos. Começam a passear, enquanto conversam.

A: Quantos anos têm as tuas filhas?

B: O produto das suas idades é 36.

A: Não me dás dados suficientes.

B: A soma das suas idades é o número da casa em frente.

A: Ainda me faltam dados.

B: Bom, a mais velha toca piano.

A: Obrigado, já tenho o suficiente. As suas idades são…

Quais são suas idades?

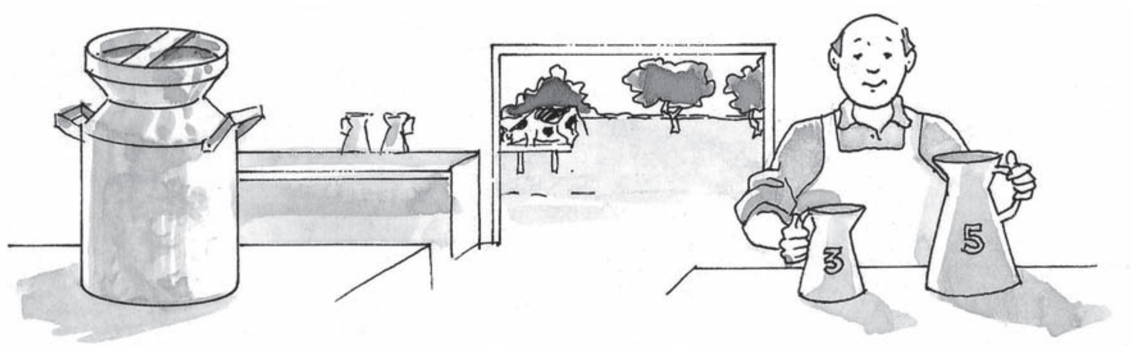
a) Faz a decomposição do número 36 em produto de factores.

b) De todas as decomposições possíveis, elimina as que não cumpram as condições do enunciado.

c) Diz quais são as idades das filhas.

Um leiteiro inteligente

Um leiteiro dispõe unicamente de dois recipientes de 3 e 5 litros de capacidade para medir o leite que vende aos seus clientes. Como poderá tirar um litro do depósito sem desperdiçar leite?



A divisão de um prémio de um milhão de euros

Uma pessoa ganhou um prémio de um milhão de euros na lotaria. Decide distribuir metade mais 80 000 euros pelos seus quatro filhos, de tal maneira que cada um deles receba 20 000 euros a menos do que o irmão imediatamente mais velho. Quanto dinheiro receberá cada um?

a) Chama x à quantidade que o irmão mais velho (primogénito) recebe.

O segundo recebe: ______

O terceiro recebe: ______

O quarto recebe: ______

Escreve a equação: ______

b) Resolve a equação.

c) Completa.

O primeiro recebe: ______

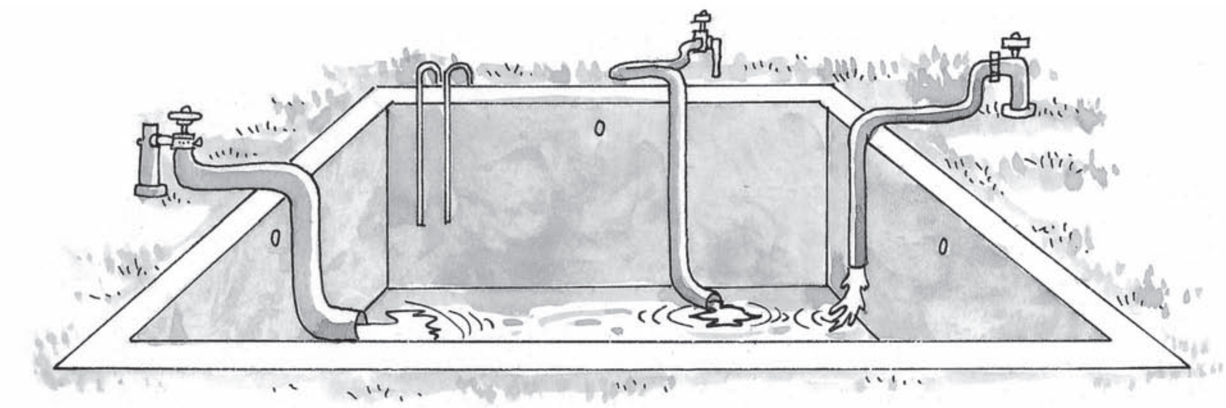
O segundo recebe: ______

O terceiro recebe: ______

O quarto recebe: ______

Enchendo uma piscina

Uma piscina pode encher-se com três distribuidores de água. O primeiro distribuidor demora 30 horas a enchê-la, o segundo demora 40 horas e o terceiro 5 dias. Se os três distribuidores forem ligados ao mesmo tempo, quanto tempo demorará a piscina a ficar cheia?



Para resolver este problema, deves averiguar que parte da piscina se consegue encher em 1 hora, usando cada um dos distribuidores.
Como o primeiro distribuidor enche a piscina em 30 horas, em 1 hora enche $\frac{1}{30}$ da piscina.

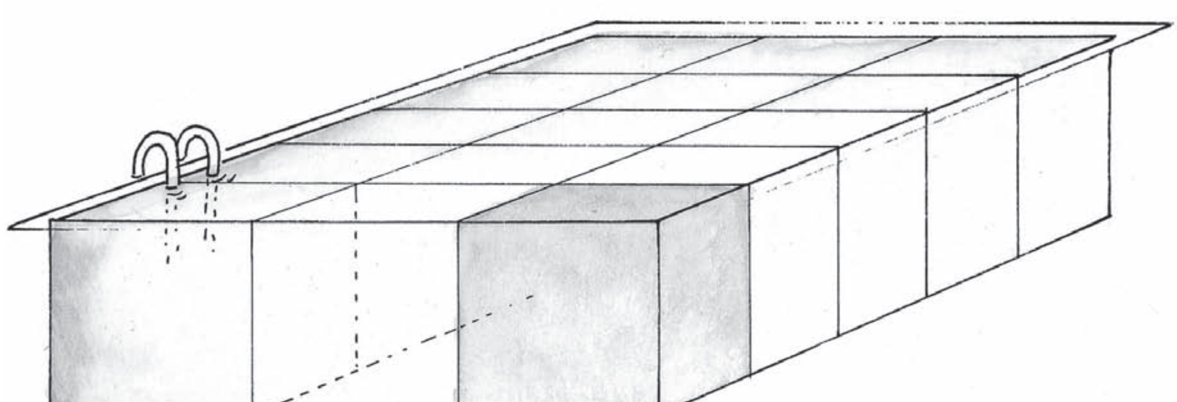
a) Procede do mesmo modo e completa.
Se o segundo distribuidor encher a piscina em 40 horas, que parte da piscina enche em 1 hora?
Em 1 hora, a segunda torneira enche: ____________________

b) Descobre a parte da piscina que a terceira torneira enche em 1 hora.
Em 1 hora, a terceira torneira enche: ____________________

c) Adiciona as três fracções e encontrarás a parte da piscina que as três torneiras enchem em 1 hora.
As três torneiras enchem em 1 hora: ____________________

Simplificando a fracção anterior, obtém-se $\frac{1}{15}$. Este resultado significa que em 1 hora se enche uma décima quinta parte da piscina.

d) Em quantas horas se enche a piscina?



A família da Ana e do Mário

A Ana e o Mário são irmãos. Repara no que dizem e resolve o problema que propõem.

Quantos meninos e meninas existem na família?

Chamamos:
x = n.º de meninos
y = n.º de meninas

a) Escreve sob a forma de equação as frases que o Mário e a Ana dizem.

b) Resolve o sistema de equações que obtiveste.

Os euros da Eva e do Luís

O Luís diz à Eva: «Se me deres 1 euro, terei o dobro do dinheiro que tu tens». A Eva responde-lhe: «É mais justo dares-me tu a mim, porque nesse caso os dois teremos a mesma quantia».
Quantos euros tem cada um?

Chamamos:
x = n.º de euros da Eva
y = n.º de euros do Luís

Escreve uma equação com a frase da Eva e outra com a frase do Luís. Depois, resolve o sistema.

A rã perseverante

Uma rã caiu a um poço de 30 metros de profundidade. Na sua tentativa de sair, a rã subia 3 metros todos os dias, mas de noite escorregava e descia 2 metros.
Consegues calcular quantos dias demorou a rã a sair do poço?

Faz uma simulação dos primeiros passos e pensa no que acontece quando a rã está perto do fim, perto da saída do poço.

Uma colecção para três coleccionadores

Um comerciante decide vender uma colecção de moedas de ouro a três coleccionadores.
O primeiro compra metade da colecção e meia moeda; o segundo, metade do que resta e meia moeda; e o terceiro, metade do que resta e meia moeda. Quantas moedas tinha o comerciante?
Chamamos x ao número de moedas da colecção.

	Compra	Quantidade que resta da colecção
1.º coleccionador	$\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$	$x-\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)$
2.º coleccionador		
3.º coleccionador		

ADIVINHAS

Adivinhar o dia e o mês de nascimento de uma pessoa

Diz ao teu colega que vais adivinhar a data do seu nascimento.
Pede-lhe que realize as seguintes operações.

1.º Multiplicar por 2 o dia em que nasceu.

2.º Adicionar 5 ao número anterior.

3.º Multiplicar por 50 o resultado anterior.

4.º Adicionar o número que indica o mês.

5.º Subtrair 250 ao último resultado.

Para saberes o dia e o mês de nascimento, basta que o teu colega te diga o resultado final. Os dois últimos algarismos indicam o mês de nascimento e o primeiro (ou os dois primeiros) corresponde(m) ao dia de nascimento.

a) Imagina que o teu colega realizou as operações indicadas nos passos anteriores e que, ao terminar, te diz que o resultado final é 2811.

Qual foi o dia do seu nascimento?

Qual foi o mês do seu nascimento?

b) Uma pessoa nasceu a 15 de Dezembro do ano de 1991. Aplica o esquema anterior a estes dados.

1.º Multiplica por 2 o dia em que nasceu.

2.º Adiciona 5 ao número anterior.

3.º Multiplica por 50 o resultado anterior.

4.º Adiciona o número que indica o mês.

5.º Subtrai 250 ao último resultado.

O número final é:

Adivinhar dois números pensados por um amigo

Pede a um amigo para pensar em dois números constituídos por um algarismo cada um.
Em seguida, pede-lhe:

1.º Escolhe o primeiro e multiplica-o por 2.

2.º Adiciona 8 ao resultado.

3.º Multiplica o resultado por 5.

4.º Adiciona agora o segundo número.

5.º Subtrai 40 ao último resultado.

Pergunta ao teu amigo que número obteve.

Os dois algarismos do número que o teu colega te disse, e pela mesma ordem, são os dois números em que tinha pensado.
Por exemplo, pensamos nos números 3 e 5. Vamos cumprindo os passos anteriores:

1.º passo: $3 \times 2 = 6$

2.º passo: $6 + 8 = 14$

3.º passo: $14 \times 5 = 70$

4.º passo: $70 + 5 = 75$

5.º passo: $75 - 40 = 35$

Observa que, efectivamente, os algarismos de 35 são os dois dígitos em que tínhamos pensado.

Experimenta e joga

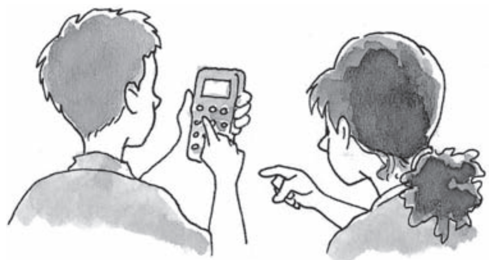
1 **Faz as operações que é necessário realizar para os números 4 e 6.**

2 **Faz as operações que é necessário realizar para os números 5 e 7.**

3 **O número que se subtrai ao final é o produto do número adicionado no 2.º passo, multiplicado por 5. Repete o exemplo adicionando 10 no 2.º passo.**

Adivinhar o resultado de várias operações

1 **Diz a um amigo que faça com a calculadora as operações que lhe indicares e que tu vais adivinhar o resultado.**



1.º Escolhe um número qualquer de três algarismos, escreve-o duas vezes seguidas e obterás um número de seis algarismos: por exemplo, se tiveres escolhido 384, terás 384 384.

2.º Divide este número por 7 usando a calculadora. Verifica que te dá um quociente exacto: 384 384 : 7 = 54 912

3.º Agora, divide o quociente por 11. Verifica de novo que o quociente é exacto: 54 912 : 11 = 4 992

4.º Finalmente, faz a última divisão. Divide o último resultado por 13 e verifica que obténs um quociente exacto: 4992 : 13 = 384

Observa que este é o número de três algarismos que tinhas escolhido.

2 **Experimenta agora com o número 568.**

1.º Escreve-o duas vezes seguidas.

2.º Divide este número por 7 usando a calculadora. Verifica que te dá um quociente exacto.

3.º Agora, divide o quociente por 11. Verifica de novo que o quociente é exacto.

4.º Finalmente, faz a última divisão. Divide o último resultado por 13 e verifica que obténs um quociente exacto.

Por que motivo pensas que isto acontece?

Outro modo de adivinhar o resultado de várias operações

1.º Escreve um número de três algarismos que não seja capicua; por exemplo, 645.

2.º Inverte agora a sua ordem; por exemplo, 645 ficará como 546. De seguida, subtrai o número menor ao maior: 645 − 546 = 099.

3.º Inverte a ordem dos algarismos do resultado da subtracção. Ao inverter a ordem dos algarismos, obténs 990.

4.º Adiciona a diferença (099) ao número resultante da inversão dos seus algarismos (990). Agora já podes adivinhar o resultado desta operação. O resultado é o número 1089.

O processo pode alongar-se, mas chega-se sempre ao número indicado.

Experimenta com o número 197 e aplica cada um dos passos anteriores.

Jogos com lápis e papel

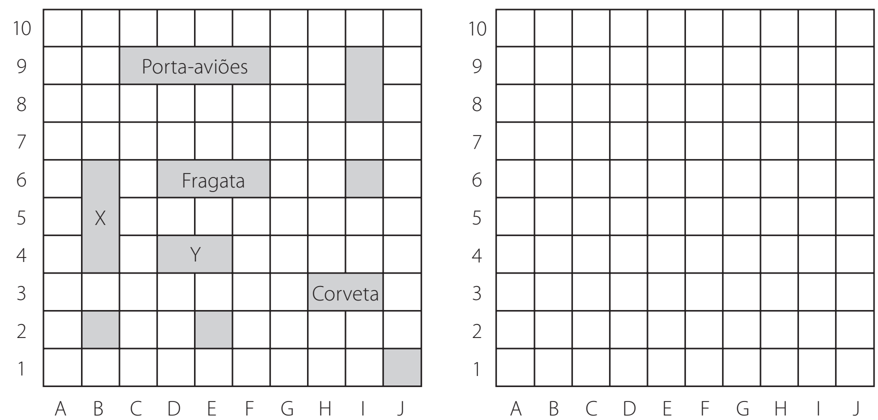
BATALHA NAVAL

Número de participantes

É um jogo para dois jogadores.

Material

Cada jogador disporá de dois quadrados de 10 × 10. Num deles coloca a sua frota e no outro anota os navios atingidos, pertencentes ao adversário. A frota de cada jogador é representada por casas ou por rectângulos verticais ou horizontais.



- Um porta-aviões, que se representa por um rectângulo de 4 casas.
- Duas fragatas, que se representam por dois rectângulos de 3 casas.
- Três corvetas, que se representam por três rectângulos de 2 casas.
- Quatro submarinos, que se representam por 1 casa cada um.

Objectivo

O objectivo é afundar a frota do adversário.

Regras do jogo

1.ª Os jogadores colocam a sua frota nas casas que preferirem, na condição de os dois navios, sejam eles quais forem, estarem separados no mínimo por uma casa.
2.ª Cada jogador, por sua vez, realiza três disparos, nomeando três casas do tabuleiro por meio de três pares ordenados; por exemplo, (B, 2), (G, 7) e (I, 8).
3.ª Depois de cada disparo, o jogador adversário tem de dizer:
- «Tiro no porta-aviões», se o disparo atingir uma parte do navio.
- «Porta-aviões ao fundo», se o disparo atingir a única casa ocupada por um navio ou a única casa restante.
- «Água», se o disparo atingir uma casa vazia.

4.ª Quando um jogador afunda um navio do adversário, pode realizar mais um disparo.
5.ª Ganha o jogador que primeiro afundar os navios do adversário.
6.ª No quadrado auxiliar, representam-se com um ponto os disparos do adversário, mas, quando um disparo inimigo atinge algum navio, faz-se uma cruz sobre a casa correspondente.

Experimenta e joga

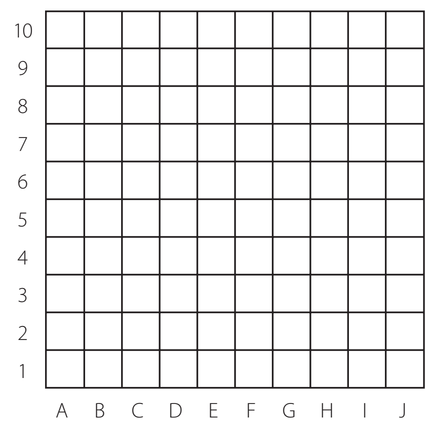
1 Joga com um colega até te familiarizares com o jogo.

a) Se os navios de um jogador estiverem situados como se indica nos tabuleiros anteriores, e um jogador adversário realizar os disparos (B, 2), (G, 7) e (I, 8), que palavra tem de dizer o jogador adversário depois de cada disparo?

b) Que disparos tem de realizar para afundar a fragata X?

c) E que disparos tem de realizar para afundar a corveta Y?

2 Enquanto jogava à «Batalha Naval», o João faz os seguintes disparos: (E, 4), (E, 5), (E, 6) e (E, 7). Com eles afunda o porta-aviões do Luís. Consegues desenhar o porta-aviões do Luís? Desenha-o na quadrícula.



a) Depois, o Luís realiza os seguintes disparos sobre a frota do João: (1, d), (5, h) e (7, h). O João responde desta maneira depois de cada disparo.

(A, 4) ⟶ Água

(E, 8) ⟶ Tiro no porta-aviões

(G, 8) ⟶ Tiro no porta-aviões

Indica uma das possibilidades de posicionamento dos navios do João nas casas mencionadas.

b) Se fosses o Luís, que disparos realizarias quando fosse novamente a tua vez de jogar?

c) Porquê?

Investiga e procura estratégias

1 Achas que há alguma estratégia vencedora? Será este um jogo de azar? Apresenta alguma estratégia favorável para ganhar?

EM BUSCA DO TESOURO

Número de participantes

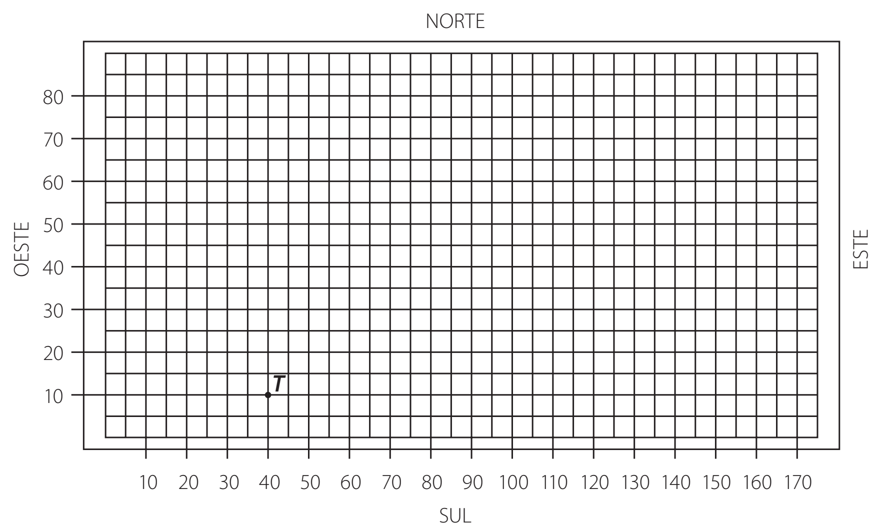
É um jogo para dois jogadores.

Material

São necessárias duas quadrículas, uma para cada jogador.

Objectivo

O objectivo de cada jogador é descobrir as coordenadas do ponto em que o jogador adversário escondeu o seu tesouro.



Regras do jogo

1.ª O jogador A esconde o seu tesouro, escrevendo a letra *T* num ponto ou vértice da sua quadrícula, e o outro jogador, o B, tem de averiguar as coordenadas do ponto em que se encontra o tesouro *T*. Por exemplo, o jogador A pode pôr a letra *T* no ponto (40, 10).
2.ª O jogador B tenta descobrir o ponto onde está *T*, dando as coordenadas de um vértice; por exemplo (5, 50).
3.ª O jogador A deve dar pistas que ajudem o jogador B a encontrar o tesouro *T*. Assim, o jogador A pode dizer Este ou Sul, indicando ao jogador B que tem de se dirigir para Este e para Sul, se desejar aproximar-se mais do tesouro.
4.ª O jogo continua a desenvolver-se deste modo até que o jogador B descobre o tesouro, dando as suas coordenadas correctas: (40, 10). Neste momento trocam-se os papéis: o jogador A procura o tesouro e o jogador B esconde-o.
5.ª Devem anotar-se as ordens que cada jogador dá até se encontrar o tesouro.
6.ª Se um jogador der uma pista falsa para confundir o adversário, perde o jogo.
7.ª Ganha o jogador que encontrar o tesouro com o menor número de instruções.

Experimenta e joga

1 **Joga dois jogos com um colega, num deles escondendo tu o tesouro e no outro, procurando-o.**

Investiga

Enquanto jogas, analisa o que mais interessa: realizar deslocações curtas ou grandes deslocações.

1 **Se colocares a letra *T* na casa (5, 20) e o outro jogador indicar as coordenadas (30, 50), que palavras lhe dizes para o ajudar?**

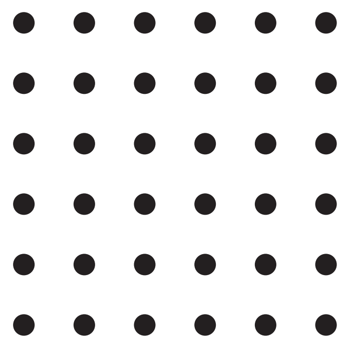
UNINDO VÉRTICES

Número de participantes

É um jogo para dois jogadores.

Material

O material é uma folha de papel quadriculado, de quadrados grandes, na qual se assinalam 36 pontos, e dois marcadores de cor diferente, um para cada jogador.



Objectivo

O objectivo do jogo é formar o maior número possível de quadrados, unindo vértices contíguos da quadrícula.

Regras do jogo

1.ª Tira-se à sorte o jogador que começa a jogar.
2.ª Cada jogador, à vez, une dois vértices consecutivos da quadrícula por meio de um segmento, na horizontal ou na vertical, mas nunca na diagonal.
3.ª A um jogador é atribuído um quadrado quando traça o quarto lado. Neste caso, escreve a inicial do seu nome dentro do quadrado.
4.ª Sempre que um jogador forma um quadrado, tem direito a realizar mais uma jogada.
5.ª Ganha o jogador que no fim tiver formado mais quadrados.

Experimenta e joga

1 Joga várias vezes com um colega para te familiarizares com o jogo.

a) O jogador que faz a primeira jogada tem vantagem?

b) O jogador que faz a primeira jogada ganha sempre?

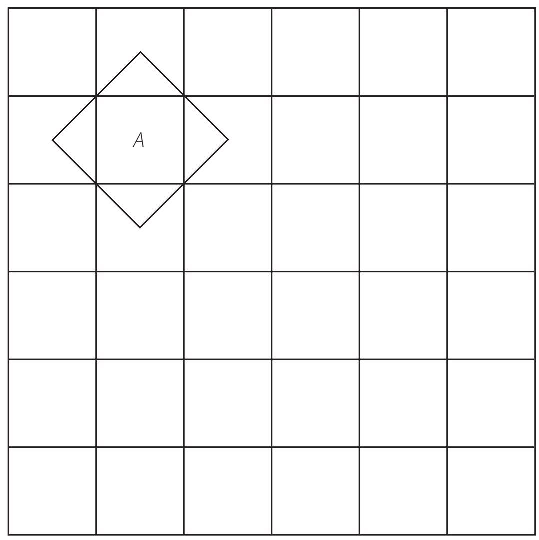
UNINDO CENTROS

Número de participantes

É um jogo de dois jogadores.

Material

É necessária uma folha de papel quadriculado, de quadrados grandes, e dois marcadores de cor diferente, um para cada jogador.



Objectivo

O objectivo do jogo é formar o maior número de quadrados.

Regras do jogo

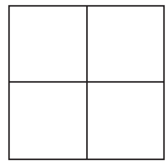
1.ª Tira-se à sorte o jogador que começa a jogar.
2.ª Cada jogador, à vez, une os centros de dois quadrados por segmentos paralelos às rectas da quadrícula, ou por meio de um segmento inclinado, como os do quadrado *A* do desenho.
3.ª A um jogador é atribuído um quadrado quando traça o quarto lado. Neste caso, escreve a inicial do seu nome dentro do quadrado.
4.ª Sempre que um jogador forma um quadrado, tem direito a fazer mais uma jogada.
5.ª Ganha o jogador que no fim tiver formado mais quadrados.

Experimenta, joga e investiga

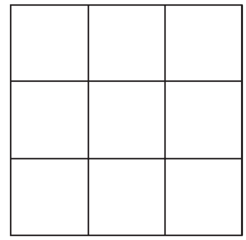
1 **Joga várias vezes com um colega para te familiarizares com o jogo.**

2 **O quadrado *A* da quadrícula anterior inclui uma casa completa da quadrícula e partes de outras. Pode formar-se um quadrado que contenha apenas duas casas completas da quadrícula e partes de outras?**
Desenha outro quadrado semelhante ao quadrado *A* que contenha no seu interior duas casas completas da quadrícula.

3 **Joga várias partidas num tabuleiro ou numa quadrícula de 2 × 2. Quantos quadrados se podem formar?**



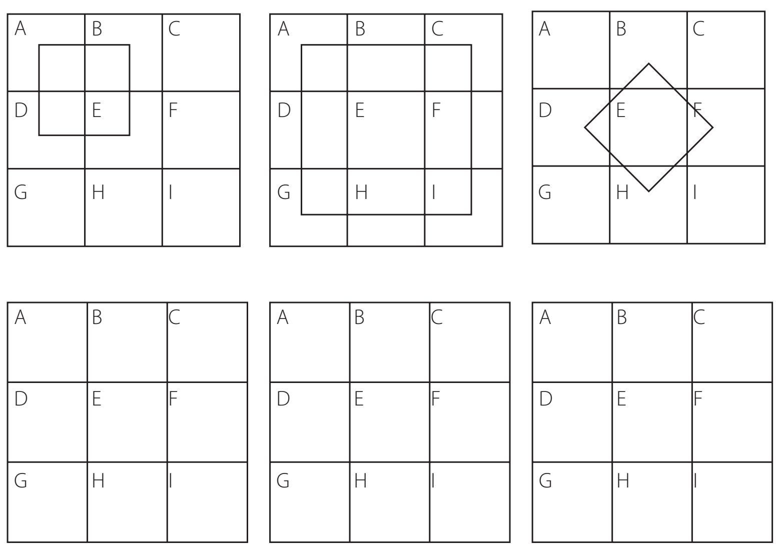
Quadrícula de 2 × 2



Quadrícula de 3 × 3

4 **Joga várias partidas num tabuleiro ou numa quadrícula de 3 × 3.**

a) Desenha os quadrados que se podem formar no quadrado de 3 × 3. Para procederes de forma organizada, desenha todos os quadrados que conseguires com vértice no centro da casa *A*, depois todos os quadrados que conseguires com vértice no centro de *B*, e assim sucessivamente.



b) De alguns vértices só se podem desenhar quadrados que já foram formados. Quais são esses vértices?

c) Quantos quadrados conseguiste formar?

d) Joga com um colega na quadrícula de 4 × 4.

e) Desenha no teu caderno alguns dos quadrados possíveis numa quadrícula de 4 × 4.

f) Quantos quadrados se podem desenhar?

g) Para a quadrícula de $n \times n$, o número de quadrados que se podem formar é: $\frac{n^4 - n^2}{12}$.

Calcula com esta fórmula o número de quadrados da quadrícula de 5 × 5 e o número de quadrados da quadrícula de 6 × 6.

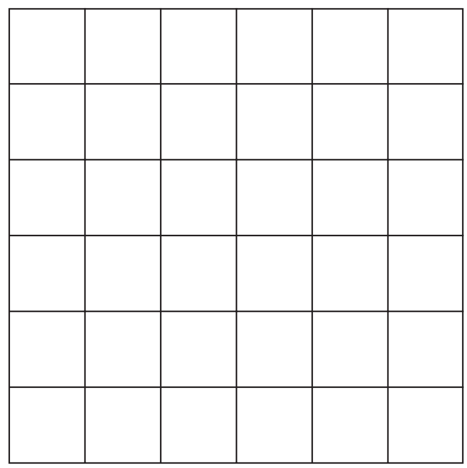
O PRIMEIRO PERDE

Número de participantes

É um jogo de dois jogadores.

Material

É necessária uma folha de papel quadriculado e dois marcadores de cor diferente, um para cada jogador.



Objectivo

O objectivo do jogo é unir os centros de dois quadrados da quadrícula, mas sem formar nenhum quadrado.

Regras do jogo

1.ª Tira-se à sorte o jogador que começa a jogar.
2.ª Cada jogador, à vez, une os centros de dois quadrados por segmentos paralelos às rectas da quadrícula ou por meio de um segmento inclinado.
3.ª Perde o jogador que primeiro se vir obrigado a formar um quadrado.

Experimenta e joga

1 **Joga várias vezes com um colega para te familiarizares com o jogo.**

Investiga

1 **Neste jogo é importante não seres o primeiro a terminar um quadrado. Joga três partidas e responde.**

a) Evitaste formar quadrados nas 6 primeiras jogadas?

b) A partir de que jogada se complicou o jogo?

c) Quantas jogadas fizeste antes de formares um quadrado?

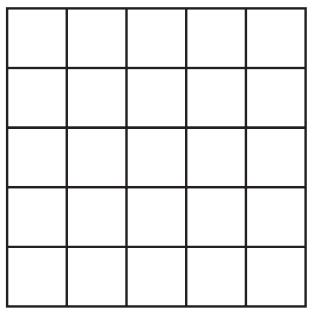
MAIOR E MENOR PERÍMETRO

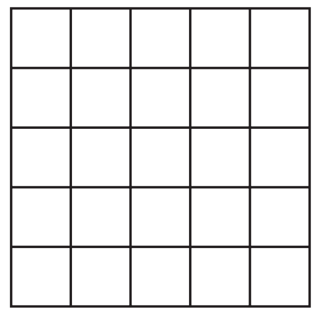
Número de participantes

É um jogo para dois jogadores.

Material

É necessária uma folha de papel quadriculado e um marcador colorido para cada jogador.





Objectivo

O objectivo do jogo é desenhar a figura de maior perímetro unindo quadrados da quadrícula.

Regras do jogo

1.ª Os jogadores lançam um dado alternadamente em cada jogada.
2.ª Cada jogador desenha na sua quadrícula uma figura com tantos quadrados quantos indica o número que saiu no dado. Os quadrados da figura devem ter pelo menos um lado comum.
3.ª Se em alguma jogada aparecer um número que tenha saído antes, o jogador lança novamente o dado.
4.ª Depois de ter desenhado pelo menos 5 figuras, os dois jogadores mostram as suas figuras e calculam os perímetros de cada uma.
5.ª Ganha o jogador que identificar as figuras de maior perímetro e as de menor perímetro.

Experimenta, joga e investiga

1 **Desenha na quadrícula todas as figuras diferentes que se podem desenhar, de modo que tenham 4 quadrados da quadrícula.
Se tomarmos como unidade o lado da quadrícula, qual é o perímetro das figuras desenhadas?**

2 **Desenha na quadrícula todas as figuras diferentes que for possível, de modo que tenham 5 quadrados da quadrícula. Qual é a figura de maior perímetro?**

3 **Desenha todas as figuras possíveis que tenham 6 quadrados. Qual é a figura de maior perímetro em cada caso? É uma figura conhecida?**

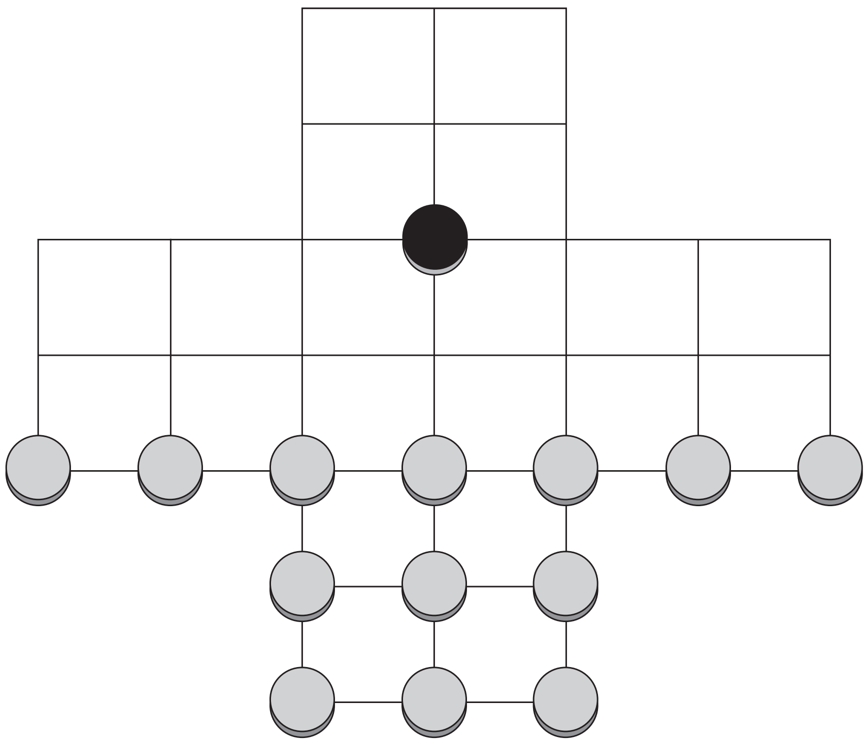
O GATO E OS RATOS

Número de participantes

É um jogo para dois jogadores.

Material

São necessárias 13 fichas cinzentas que representarão os ratos, uma ficha preta que será o gato e um tabuleiro como o da figura apresentada.



Objectivo

O objectivo deste jogo, para os ratos, consiste em bloquear ou encurralar o gato e, para o gato, em comer todos os ratos.

Regras do jogo

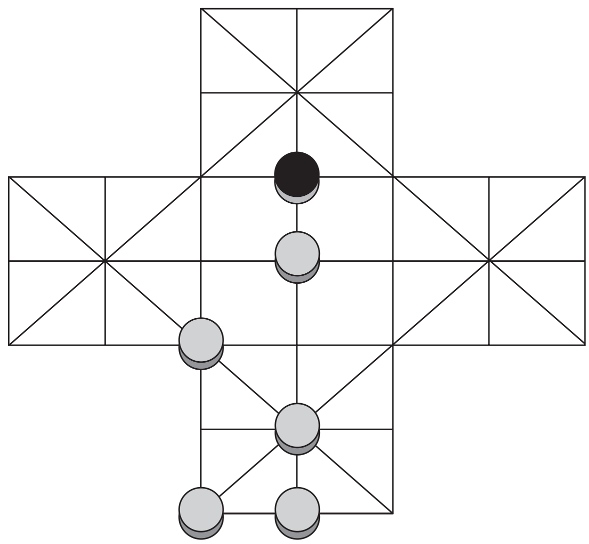
1.ª Tira-se à sorte o jogador que movimenta a ficha do gato e o que movimenta as fichas dos ratos.
2.ª Tanto as fichas dos ratos como a do gato movimentam-se para posições vizinhas, desde que estejam vazias.
3.ª O gato come ou apanha os ratos saltando por cima deles em direcção a uma casa vazia. Também poderá comer mais de um rato num movimento, dando vários saltos seguidos, simulando o movimento das damas.
4.ª O gato ganha se comer 10 ratos (porque os 3 ratos que sobram não o podem encurralar) e os ratos ganham se encurralarem o gato, impedindo que se movimente.

Experimenta e joga

1 **Joga várias partidas, movimentando as fichas como se fosses umas vezes os ratos e outras o gato, e observa o que acontece.**

Investiga e procura estratégias

1 **Se movesses a ficha do gato e estivesses na situação que se apresenta, que jogada farias? Desenha a situação que apareceria no tabuleiro.**



a) Qual será o número mínimo de ratos necessário para encurralar o gato?

b) Dependerá do lugar onde ele estiver?

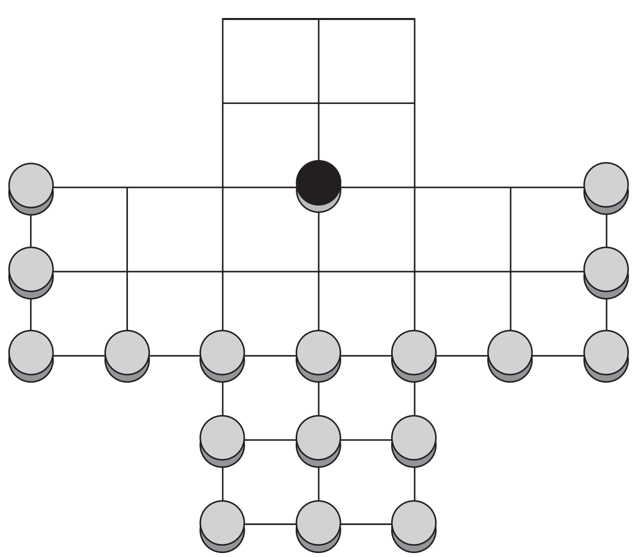
c) Se forem os ratos a começar, qual será o melhor movimento de abertura?

d) Quem achas que tem mais vantagem, o gato ou os ratos?

e) Se fosses rato, qual seria a estratégia que utilizarias para encurralar o gato?

Uma variante do jogo

Uma variante do jogo é a que aparece no tabuleiro seguinte, no qual se vêem 17 ratos, mas limitados a movimentar-se apenas para a frente. Joga algumas partidas neste tabuleiro.



O TABULEIRO DO BERNARDO

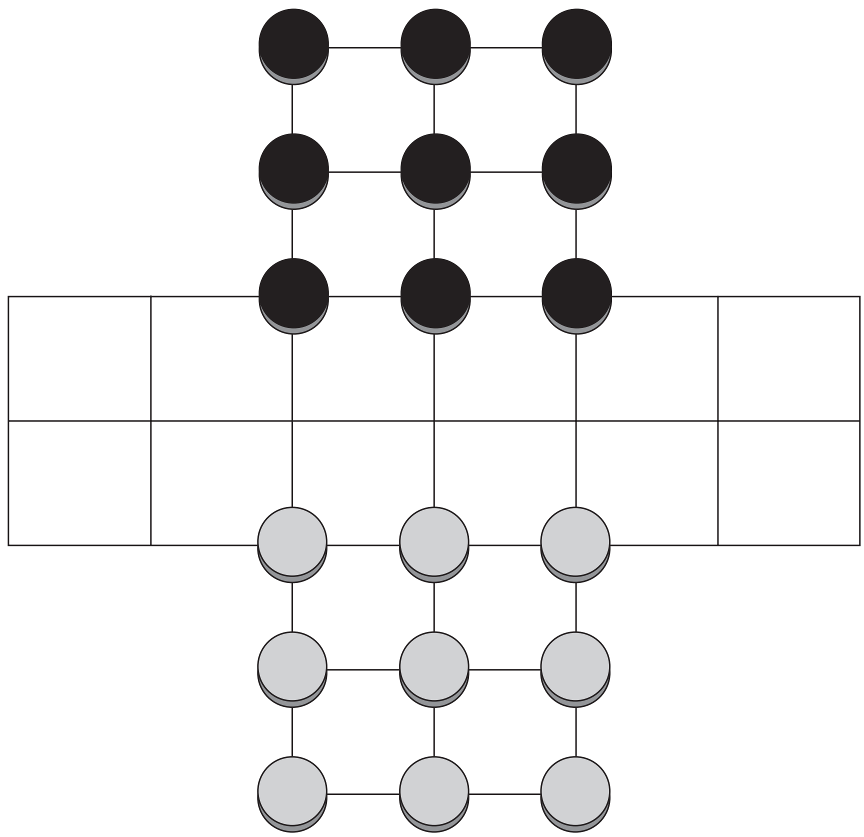
O Bernardo estava cansado de jogar às damas, por isso pegou no tabuleiro e recortou-o da maneira que vemos na figura.

Número de participantes

É um jogo para dois jogadores.

Material

Usam-se 18 fichas de duas cores diferentes (neste caso, 9 fichas cinzentas mais 9 fichas pretas) e um tabuleiro como o da figura.



Objectivo

O objectivo de cada jogador é ficar com todas as fichas do adversário.

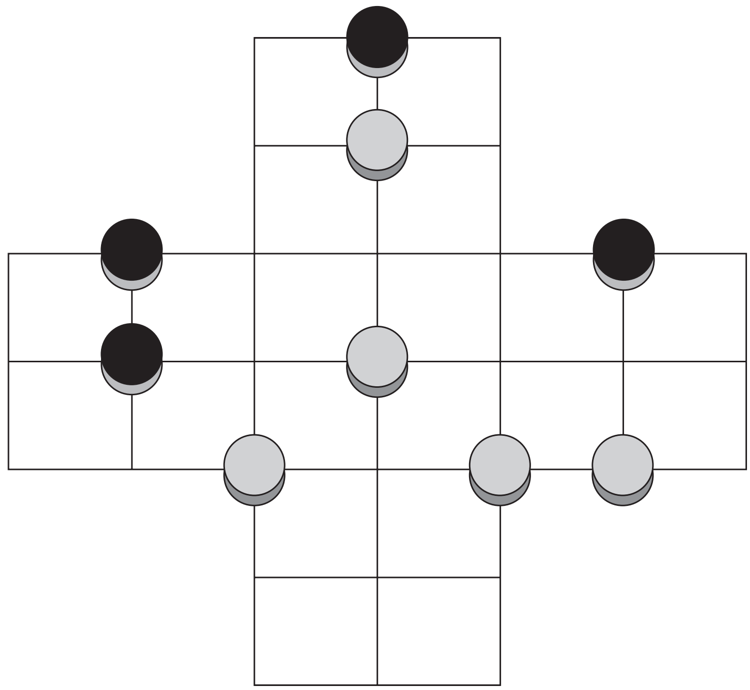
Regras do jogo

1.ª Cada jogador moverá, à vez, uma ficha em sentido horizontal ou vertical (nunca em diagonal) até uma casa adjacente que esteja vazia, ocupando os nós da rede.
2.ª As fichas não podem recuar.
3.ª Uma ficha é comida por outra ficha saltando-se por cima dela.
4.ª Quando a ficha de um jogador chega ao fundo da rede do adversário, torna-se uma «superficha», que terá a vantagem de conseguir mover-se para a frente, para trás e saltar nós vazios para comer as fichas do adversário, desde que não haja duas fichas em dois nós consecutivos.
A «superficha» não pode saltar por cima de fichas da sua cor.

Experimenta e joga

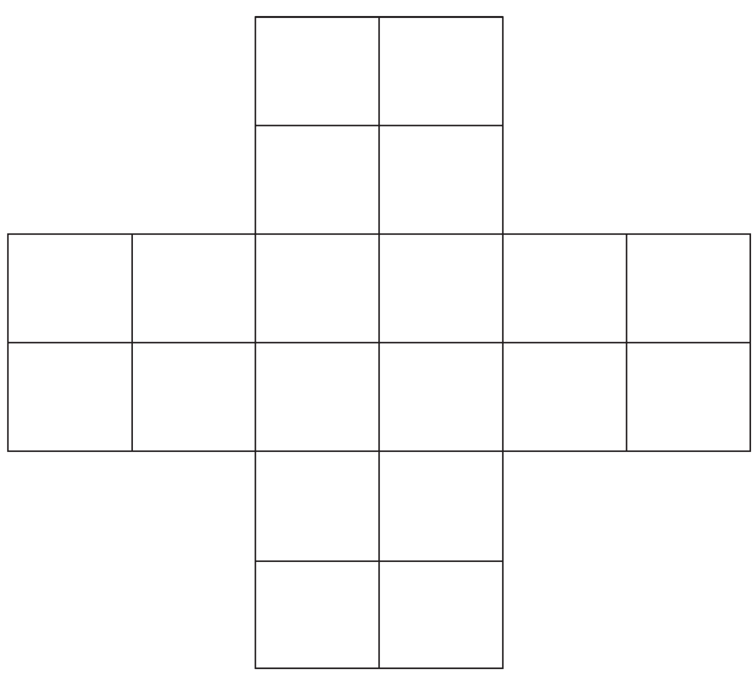
1 **Joga várias partidas até te familiarizares com o jogo. Depois, observa a sua semelhança com o jogo das damas.**

2 **Se jogares com as fichas pretas e te deparares com a situação que a figura representa, que jogada farás?**



Investiga e procura estratégias

1 **Desenha uma situação em que uma «superficha» possa comer 3 fichas do adversário.**



Compara este jogo com o jogo das damas e indica as diferenças que encontrares.

«BRIDG-IT»

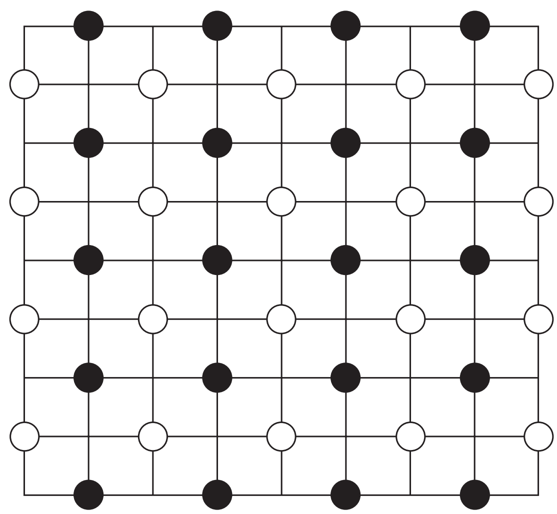
Este jogo foi apresentado na *Scientific American*, em Outubro de 1958, com o nome de «Jogo de Gale», em homenagem ao seu inventor, David Gale, que era um matemático norte-americano. O jogo foi comercializado com a designação de «Bridg-it».

Número de participantes

É um jogo para dois jogadores.

Material

É necessário um tabuleiro de papel quadriculado, no qual tenham sido desenhados pontos de cores diferentes, e dois lápis de duas cores diferentes, um para cada jogador.



Objectivo

O objectivo deste jogo é que cada jogador trace um caminho contínuo que una os dois lados do tabuleiro que tem pontos da mesma cor. Um jogador fará um caminho que una dois pontos pretos quaisquer dos lados horizontais, do superior ao inferior; e o outro, um caminho que una o lado da esquerda com o da direita.

Regras do jogo

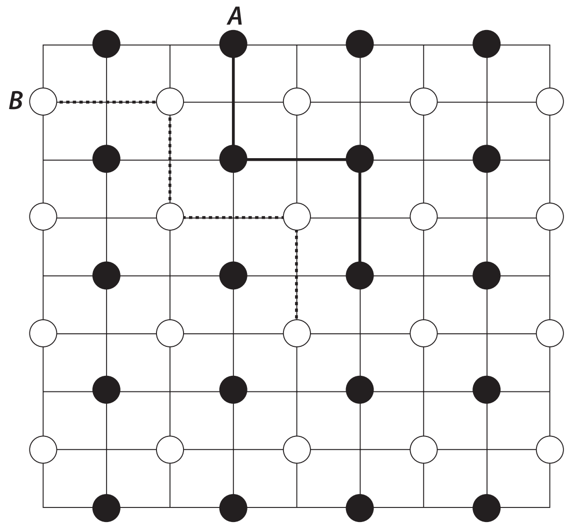
1.ª Tira-se à sorte o jogador que começa a jogar e os dois lados opostos que cada jogador terá de unir.
2.ª Cada jogador, à vez, une com um risco dois pontos contíguos da cor que lhe tiver calhado.
3.ª Um jogador tentará traçar uma linha contínua que una pontos pretos, e o outro, uma linha contínua que una pontos brancos.
4.ª Os traços podem desenhar-se na horizontal ou na vertical, mas não na diagonal.
5.ª As linhas dos dois jogadores não se podem cruzar.
6.ª Ganha o jogador que primeiro conseguir traçar um caminho contínuo que una os dois lados opostos do quadrado que lhe tiver cabido em sorte.

Experimenta e joga

1 **Joga várias partidas tentando bloquear o caminho do teu adversário, enquanto tentas alcançar o teu objectivo.**

Investiga e procura estratégias

1 **Na partida seguinte, o jogador dos pontos pretos parte do ponto *A* do lado de cima do quadrado e o jogador dos pontos brancos parte do ponto *B*.**



a) Observa a jogada representada no tabuleiro. A que jogador cabe a vez de jogar?

b) Imagina que és o jogador dos pontos pretos. Qual é a melhor jogada que podes fazer? E a pior jogada?

c) Já viste que o jogador dos pontos pretos, que é aquele a quem cabe a vez de jogar, tem duas jogadas possíveis: uma boa e outra má. Se realizar a jogada má, certamente ganhará o jogador dos pontos brancos? Porquê?

d) Se te oferecessem o tabuleiro para continuares a partida, que pontos escolherias, os brancos ou os pretos?

e) Qual é a razão da tua escolha?

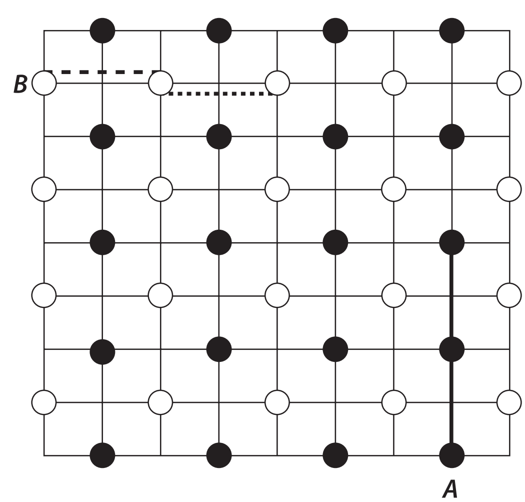
f) Que jogador ganha este jogo?

g) Observa a direcção dos traços que os dois jogadores realizaram no tabuleiro anterior. As direcções dos traços têm algo a ver com o facto de o jogador dos pontos pretos ser o vencedor?

2 **Observa a jogada que se iniciou no tabuleiro abaixo.**

a) Quem ganha o jogo se forem as fichas brancas a jogar?

b) E quem ganha o jogo se forem as fichas pretas a jogar?



3 **Haverá sempre um vencedor numa partida de «Bridg-it»?**

4 **Quem será esse vencedor, o jogador que joga em primeiro ou o que joga em segundo lugar?**

5 **A partida pode terminar em empate? Justifica a tua resposta.**

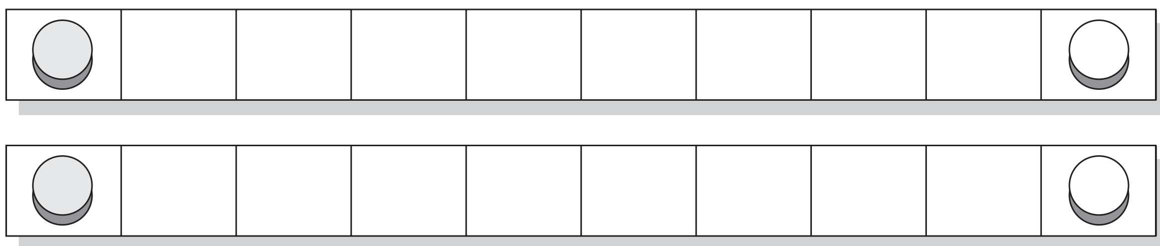
BLOQUEAR O ADVERSÁRIO

Número de participantes

É um jogo para dois jogadores.

Material

O material é constituído por 4 fichas, sendo 2 fichas de uma cor para um jogador e outras 2 fichas de uma cor diferente para o outro jogador. Além disso, é necessário um tabuleiro como o seguinte.



Objectivo

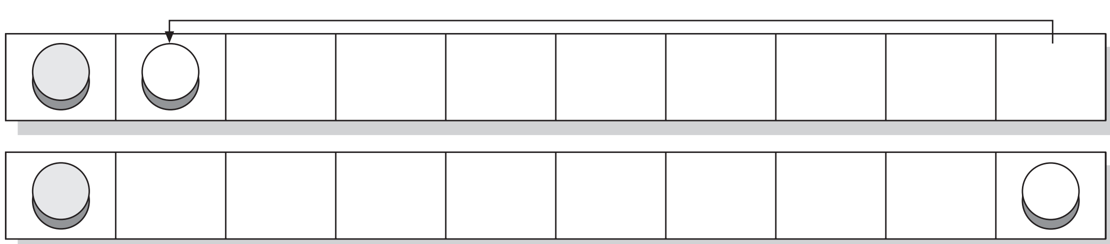
O objectivo do jogo é impedir o movimento do adversário.

Regras do jogo

1.ª Tira-se à sorte o jogador que joga primeiro.
2.ª Cada jogador, à vez, move uma das suas fichas em cada jogada.
3.ª Cada jogador move uma ficha da sua cor, ao longo das casas que quiser, na linha onde a ficha se encontra colocada.
4.ª Não é permitido saltar por cima da ficha de outra cor.
5.ª Ganha o jogador que conseguir impedir o movimento do adversário (bloqueio).

Experimenta, joga e investiga

1 **Que jogada farias se o jogador das fichas brancas tivesse realizado a jogada que se indica de seguida?**



Indica que jogada farias com as fichas cinzentas.

2 **Imagina que o jogador das fichas cinzentas faz uma jogada simétrica àquela que o jogador das fichas brancas fez.**

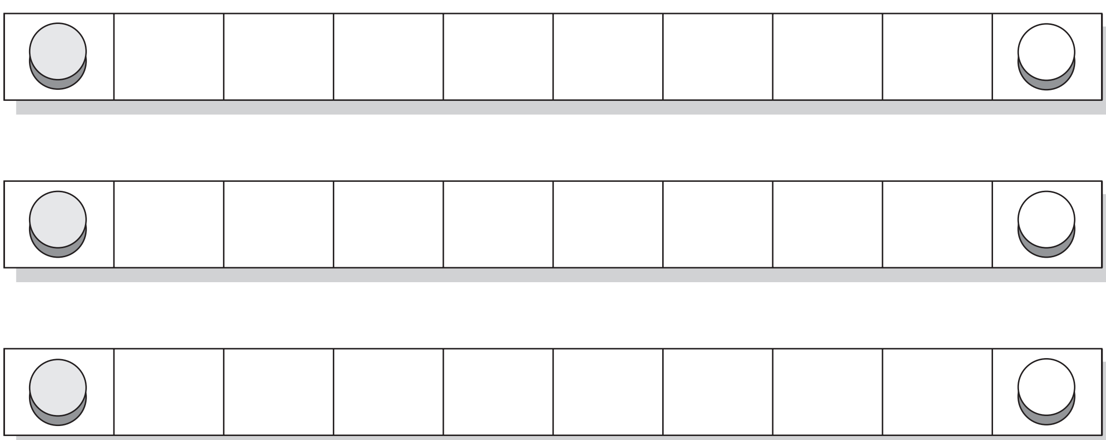
a) O que tem de fazer o jogador das fichas brancas?

b) Porquê?

c) Existe alguma estratégia vencedora?

d) Algum jogador tem vantagem? Justifica a tua resposta.

3 **Suponhamos que o tabuleiro do jogo é o da figura.**

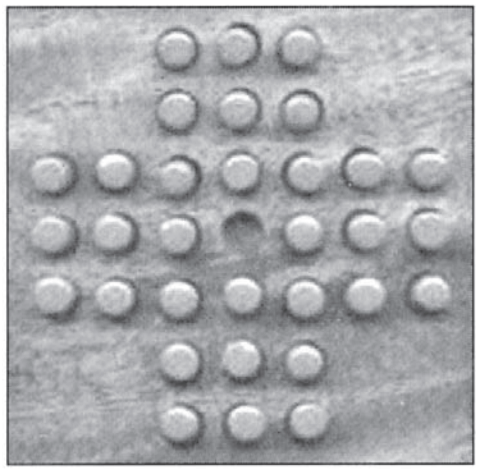


a) Há alguma estratégia vencedora?

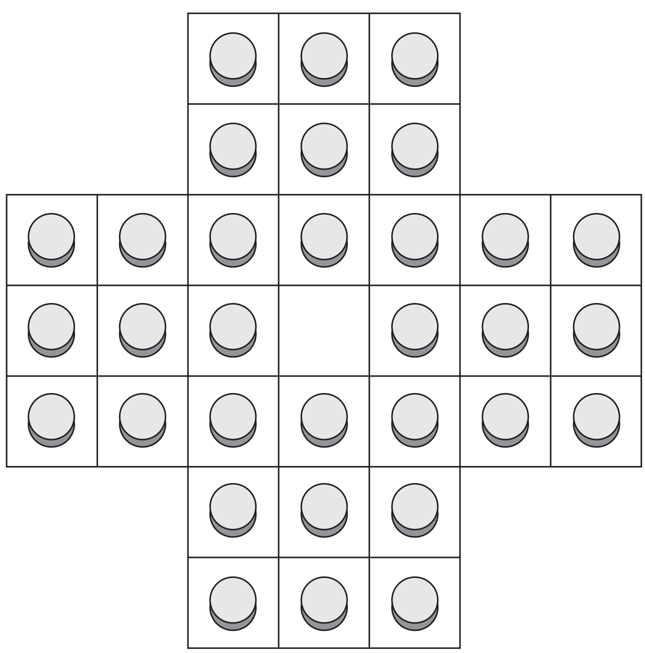
b) Que jogador tem vantagem?

O SOLITÁRIO

O solitário e os outros jogos que lhe estão associados não correspondem a jogos de bloqueio, mas têm semelhanças com os mesmos.
Este jogo é atribuído a um nobre francês que foi feito prisioneiro durante os anos da Revolução Francesa e que se lembrou deste jogo para não pensar no futuro incerto que o esperava.
O jogo popularizou-se no Reino Unido, numa versão mais simplificada.
Os solitários são jogos para uma só pessoa, e o mais conhecido é o que apresenta um tabuleiro em forma de cruz, contendo 33 casas, sobre as quais se colocam 32 fichas.
O tabuleiro do solitário que mais se utiliza é o seguinte (versão inglesa).



Para jogar, convém utilizar 32 fichas que se posicionam nas 33 casas de um tabuleiro, como se indica de seguida.



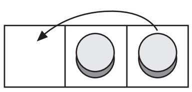
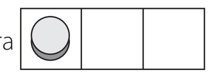
Objectivo

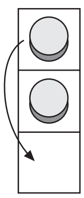
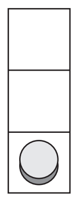
O objectivo deste jogo é retirar todas as fichas colocadas, exceptuando uma ficha que normalmente ocupa uma posição determinada (geralmente, a posição central), respeitando as regras do jogo.
O solitário corresponde, na realidade, a um conjunto de jogos, porque, para se conseguir resolver este jogo, é necessário resolver vários jogos antes. O solitário e todos os jogos associados ao mesmo são jogos-problema muito interessantes, visto que exigem pensar e raciocinar.

Regras do jogo

1.ª Cada jogada consiste em saltar com uma ficha qualquer sobre outra, de uma casa para outra casa vazia.
2.ª Pode saltar-se na vertical e na horizontal, para a frente e para trás, mas nunca na diagonal.
3.ª A cada salto, retira-se a ficha intermédia pela qual passou a ficha que se moveu.
4.ª Uma ficha pode dar saltos em cadeia desde que cumpra as condições anteriores.

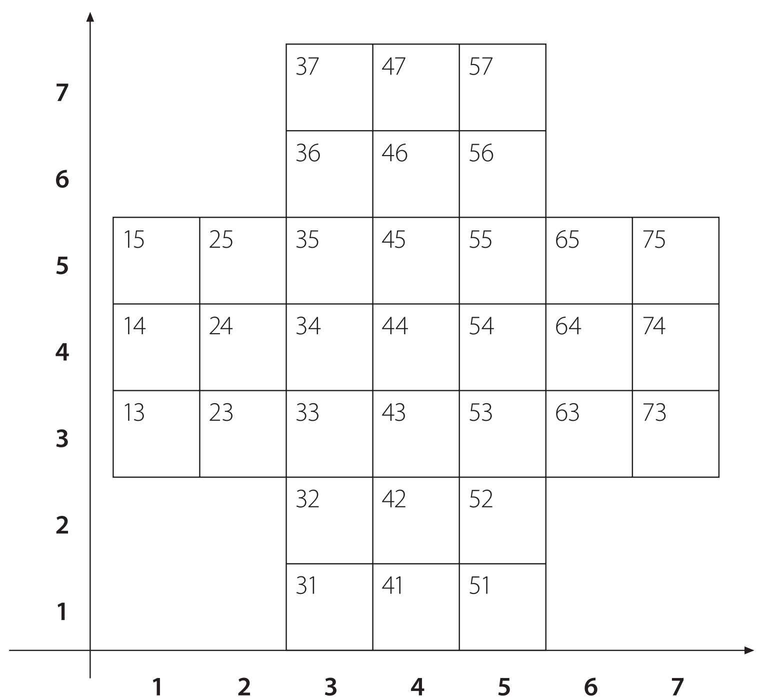
Exemplos de movimentos permitidos:

Da posição  pode passar-se para  eliminando a ficha sobre a qual se salta.

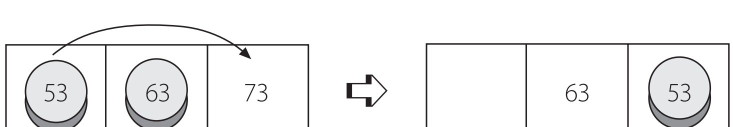
Da posição  pode passar-se para  pela mesma razão.

Codificação

Para indicar os movimentos das fichas, vamos numerar as casas. Para isso, colocamos o tabuleiro sobre eixos de coordenadas, e, deste modo, cada casa é determinada por um par de números, sendo o primeiro a abcissa e o segundo a ordenada.
O jogo inicia-se com 32 fichas, que ocupam todas as posições, excepto uma, que fica vazia no centro do tabuleiro. A solução consiste em ir eliminando fichas até ficar com uma ficha colocada na casa que se encontrava vazia no princípio.



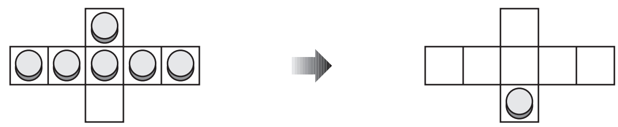
Cada movimento pode expressar-se através de um par de números, como indica o exemplo que se segue.
O primeiro número assinala a ficha que se salta e o segundo, a casa vazia a que se chega.
Por exemplo, imagina que as casas 53 e 63 estão ocupadas por fichas e que a casa 73 está vazia.
A jogada consiste em passar a ficha 53 para a casa 73.



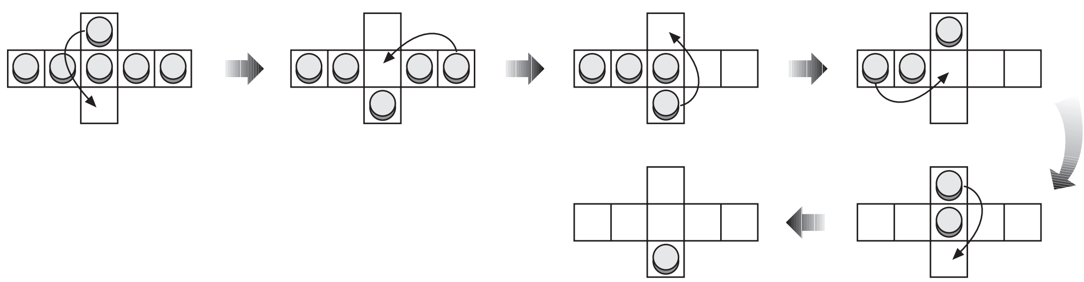
Experimenta e joga

1 **Dado que o solitário é um jogo difícil, convém ir resolvendo primeiro outros jogos mais simples. Nestes jogos, terão de se eliminar todas as fichas excepto uma, que ficará na posição que se indicar.**

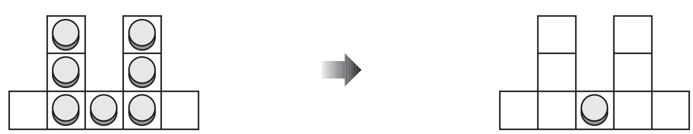
a) Neste jogo, tem de se passar da figura da esquerda para a da direita.



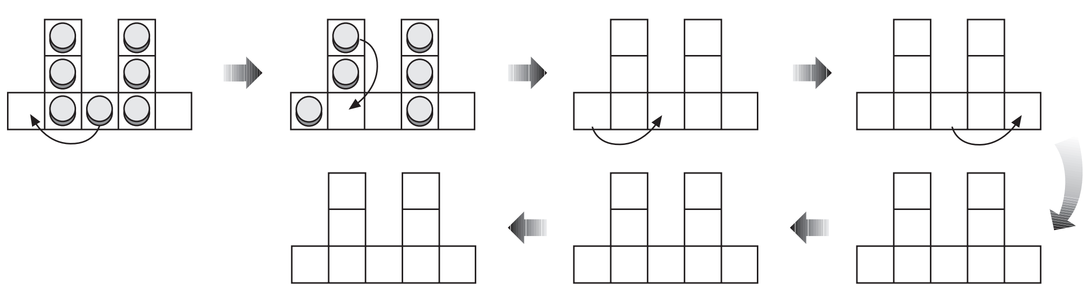
As setas indicam, em cada caso, o salto da ficha. O primeiro salto é obrigatório.



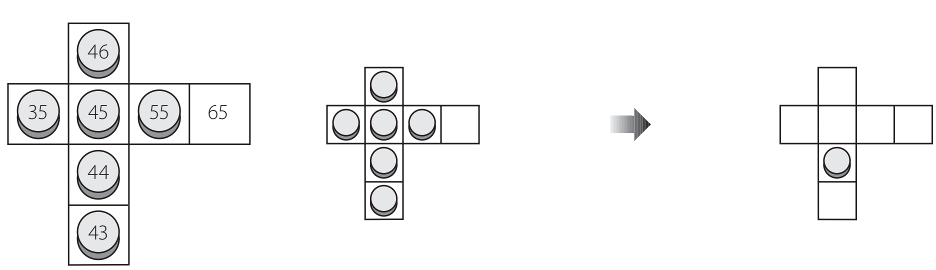
b) No jogo seguinte, tem de se passar da figura da esquerda para a da direita.



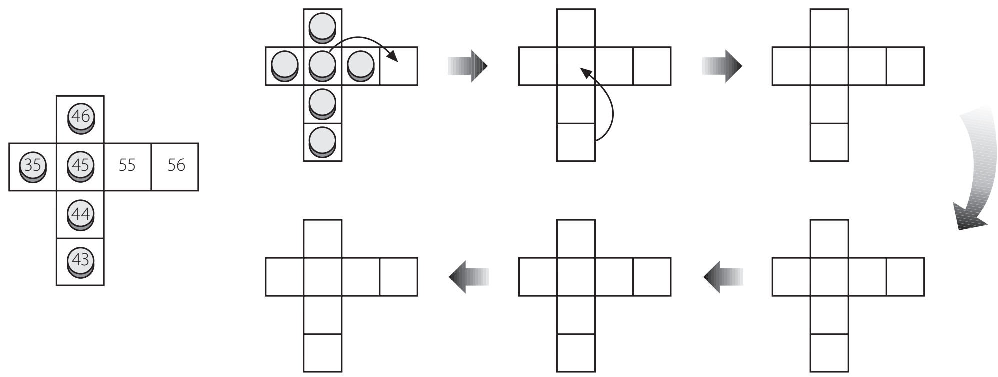
Para o resolver, procede de forma semelhante, completando o que falta nos desenhos.



c) Neste jogo, terá de se passar da figura da esquerda para a da direita.



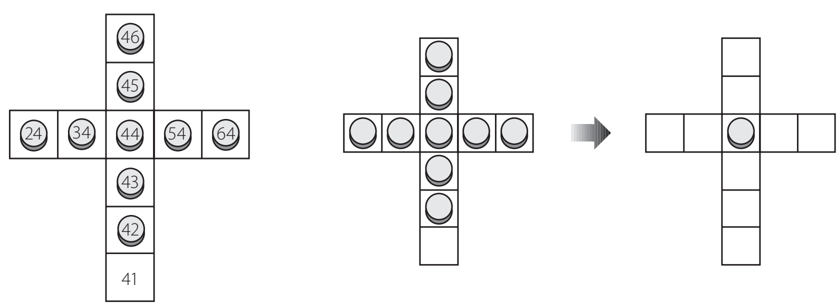
O jogo pode resolver-se em 5 movimentos ou saltos, todos eles obrigatórios, excepto o terceiro.



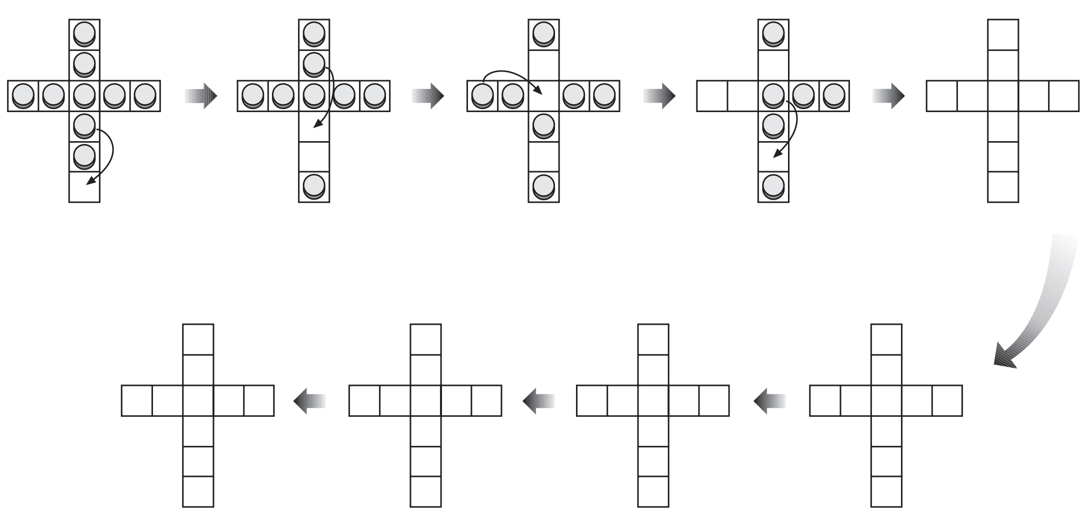
Tendo em conta os números que aparecem no tabuleiro do solitário, codifica os 3.º, 4.º e 5.º movimentos.

3.º 4.º 5.º

d) Resolve o jogo seguinte, chamado «A cruz».
Neste jogo terá de se passar da figura da esquerda para a da direita.

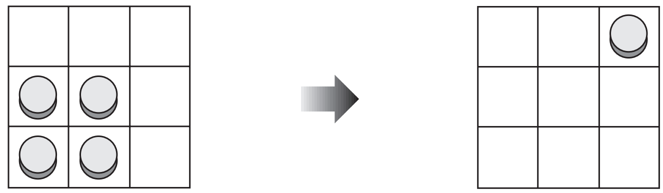


Para isso, tem em conta a tua experiência anterior e procede de forma semelhante.
A primeira e a segunda jogadas são obrigatórias e a terceira é opcional.

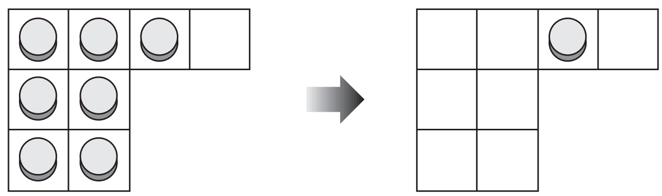


Agora vai-te ser mais fácil resolveres os jogos seguintes.

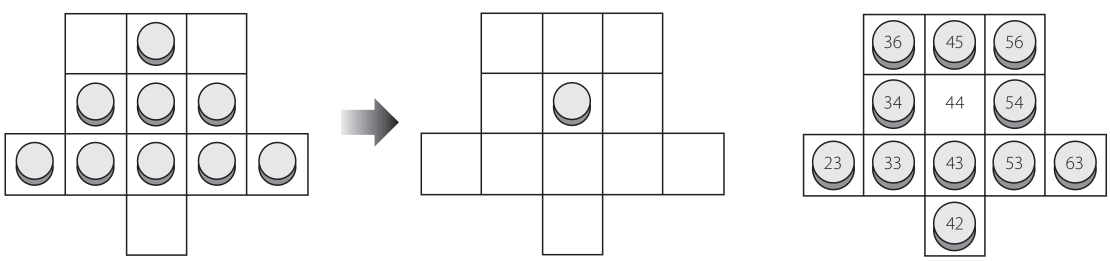
e) Resolve o jogo seguinte, passando da situação da figura da esquerda para a da direita.



f) Resolve o jogo seguinte, passando da situação da figura da esquerda para a da direita.



g) Resolve o jogo seguinte, passando da situação da figura da esquerda para a da direita.



Finalmente, resolve o solitário da página 381.